



Marijana Špoljarić

Marko Hajba

Alen Lančić

Ključni koncepti gospodarske matematike



UDŽBENICI VELEUČILIŠTA U VIROVITICI

MARIJANA ŠPOLJARIĆ, MARKO HAJBA I ALEN LANČIĆ

KLJUČNI KONCEPTI GOSPODARSKE MATEMATIKE

© Marijana Špoljarić
Marko Hajba
Alen Lančić, 2025.

Urednik

doc.dr.sc. Dejan Tubić, prof.struč.stud.

Recenzenti

dr.sc. Vlado Halusek, prof.struč.stud.
dr.sc. Tibor Rodiger, v.pred.
Maja Čuletić Čondrić, prof. mat. i fiz., v.pred.

Lektorica

Ivana Vidak Teskera, dipl. bibl. i prof., v.pred.

Izdavač

Veleučilište u Virovitici
<http://www.vuv.hr>
e – mail: info@vuv.hr

Za izdavača

doc.dr.sc. Dejan Tubić, prof.struč.stud.

ISBN 978-953-8028-24-3

Izdavanje ovog udžbenika odobrilo je Vijeće Veleučilišta u Virovitici Odlukom o izdavanju publikacije – udžbenika „Ključni koncepti gospodarske matematike“ (Klasa: 032-01/25-01/03; Urbroj: 2189-74-02/01-25-11 od 29. rujna 2025.). Publikacija se uvrštava u popis literature kao obvezna literatura za kolegij: „Financijska matematika“ na stručnom prijediplomskom studiju Menadžment, modul Informatički menadžment, „Gospodarska matematika“ na stručnom prijediplomskom studiju Menadžment, modul Menadžment ruralnog turizma, „Gospodarska matematika“ na stručnom prijediplomskom studiju Poduzetništvo, modul Poduzetništvo

Grafička priprema

Alen Lančić, mag.math.

Naslovnica

Marko Hajba, mag. math., v. pred.

Marijana Špoljarić, mag.educ.math. et inf.

Marko Hajba, mag.math.

Alen Lančić, mag.math.

Ključni koncepti gospodarske matematike

1. izdanje

Virovitica, 2025.

PREDGOVOR

S velikim zadovoljstvom predstavljamo ovu knjigu u digitalnom obliku koja je plod dugogodišnjeg rada u području primijenjene matematike. Knjiga „Ključni koncepti gospodarske matematike“ nije samo udžbenik, već je i vodič kroz svijet praktične matematike, namijenjen kako studentima tako i učenicima srednjih škola.

U ovoj knjizi obrađujemo teme koje su temelj svakodnevnog matematičkog razmišljanja. Svaki od ovih koncepata prezentiran je kroz teoriju, uz brojne primjere iz stvarnog života, što omogućava bolje razumijevanje i lakšu primjenu naučenog.

Poseban naglasak stavljen je na projekte koji potiču praktičnu primjenu znanja. Ovi projekti su osmišljeni kao izazov, ali i prilika za kreativno rješavanje problema, timski rad i interdisciplinarni pristup. Zadaci za vježbu i teorijski zadaci omogućuju Vam testiranje te poboljšavanje i širenje svojega znanja o svakoj temi. U svakom poglavlju pronaći ćete i poseban odjeljak "UI Lab" koji je osmišljen kako bi Vas upoznao s praktičnom primjenom alata umjetne inteligencije u matematičkom učenju i istraživanju. U ovom dijelu dobit ćete konkretne upute i primjere promptova za rad u alatima kao što su ChatGPT, Gemini i Perplexity. Cilj je razviti vaše matematičke vještine i sposobnost kritičkog korištenja alata umjetne inteligencije, što će vam koristiti u daljnjem obrazovanju i profesionalnom radu. Svaki zadatak u „UI lab“ dijelu podijeljen je u tri dijela: „ručni“, „UI“ i „refleksija“. Prvo ćete riješiti zadatak klasičnim matematičkim postupcima, a zatim ćete s pomoću umjetne inteligencije istražiti alternativne pristupe, potvrditi rezultate ili dobiti dodatne uvide. Potom ćete zabilježiti vlastita zapažanja o radu s alatom UI: što je alat UI predložio novo, gdje je možda pogriješio i kako ste provjerili točnost njegovih odgovora.

Ova knjiga je rezultat zajedničkog rada mnogih ljudi koji su sudjelovali u izvođenju nastave iz kolegija „Financijska matematika“ i „Gospodarska matematika“ na Veleučilištu u Virovitici. Svaki savjet i dobronamjerna sugestija doprinijela je kvaliteti izvođenja samog predmeta i kvaliteti materijala koji imate u rukama. Zbog toga se zahvaljujemo kolegicama: Azri Razlog, Ani Borbaš Bajivić i Ljiljani Peretin.

Zahvaljujemo se svim recenzentima čiji su stručni uvidi i savjeti bili neizmjerljivo važni u oblikovanju i poboljšanju kvalitete ovog udžbenika. Svojim detaljnim pregledom i stručnim preporukama značajno su doprinijeli bogatstvu i preciznosti sadržaja ove knjige, a konstruktivne kritike bile su ključne u osiguravanju kvalitete i pouzdanosti informacija koje nudimo.

Također, velika zahvala našim obiteljima za podršku i razumijevanje tijekom procesa stvaranja ove knjige. Na kraju, ali ništa manje važno, zahvaljujemo se svima vama koji ćete se služiti ovom knjigom. Vaša želja za znanjem i razvojem je ono što nas motivira da radimo na ovakvim i sličnim projektima.

U ovoj knjizi nastojali smo stvoriti ne samo edukativni već i vizualno stimulativni doživljaj učenja. Svjesni smo naših različitosti koje nas sve zajedno čine savršenima. Svaki čitatelj ima jedinstveni stil učenja, zbog toga smo odlučili obogatiti tekstualni sadržaj različitim vrstama vizualnih oznaka koje će vam pomoći da lakše usvojite i primijenite naučeno. Svaka od ovih oznaka ima svoju specifičnu namjenu i značenje:

Već znaš, samo nadograđuješ!



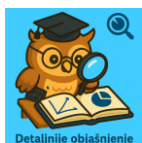
Ova oznaka upućuje na kratku vježbu ponavljanja u obliku križaljke, osmosmjerke, zadatka za dopunu ili sličnog zadatka. Brzo i zabavno ćeš se prisjetiti važnih pojmova koji olakšavaju razumijevanje novog gradiva. Takve vježbe aktiviraju pamćenje, povezuju staro i novo znanje te potiču dugoročno učenje.

Obilježi i zapamti!



Ova slika dizajnirana je kako bi privukla vašu pažnju na ključne koncepte i formule. Vizualni je vodič kroz najvažnije dijelove materijala. Kad god nađete na ovu oznaku, zastanite i usmjerite posebnu pažnju na te segmente.

Detaljnije objašnjenje!



Ova oznaka označava složenije dijelove sadržaja koji zahtijevaju detaljnije objašnjenje. Tekst pod ovom oznakom pružit će vam dublji uvid u tehničke aspekte obrađene teme, pomažući vam u razumijevanju složenosti matematičkih procesa.

Savjet!



Ugledate li u tekstu ovu sliku, to znači da će vam tekst koji je pored nje dati praktične savjete i trikove. Kad god vidite ovu oznaku, očekujte korisne smjernice koje će vam olakšati razumijevanje i primjenu matematičkih principa.

Ponovimo, prisjetimo se!



Ova oznaka služi kao podsjetnik na naučeno. Pomaže u čvršćem usvajanju znanja kroz sažetak ključnih točaka koje ste upravo prošli.

UI Lab!



Ugledate li u tekstu ovu ikonu "AI kutak", tekst uz nju donosi praktične savjete i trikove za korištenje umjetne inteligencije. Za svaki takav primjer očekuje se da ga prvo riješite "računski pješke", zatim pomoću AI-alata i usporedite dobivene rezultate te odgovorite na pitanja: Koje su razlike u računanju? Gdje je AI možda pogriješio i zašto?

U procesu izrade ove knjige korišteni su alati umjetne inteligencije koji su poslužili kao potpora. Umjetna inteligencija bila je primarno usmjerena na generiranje vizualnih materijala, oblikovanje prijedloga za zadatke te izradu inicijalnih tekstualnih promptova. Svi tako dobiveni materijali podvrgnuti su sustavnoj provjeri, stručnoj analizi i prilagodbi kako bi bili u skladu s akademskim standardima, didaktičkim ciljevima i pedagoškim načelima. Na taj je način umjetna inteligencija korištena isključivo kao pomoćno sredstvo u kreativnom i tehničkom procesu, dok su konačno oblikovanje, odabir i odgovornost za sadržaj u potpunosti ostali u domeni autora.

Nadamo se da će „Ključni koncepti gospodarske matematike“ biti vaš pouzdan vodič kroz svijet gospodarske matematike i da će vam pružiti alate potrebne za rješavanje konkretnih problema s kojima se susrećete u svakodnevnom životu.

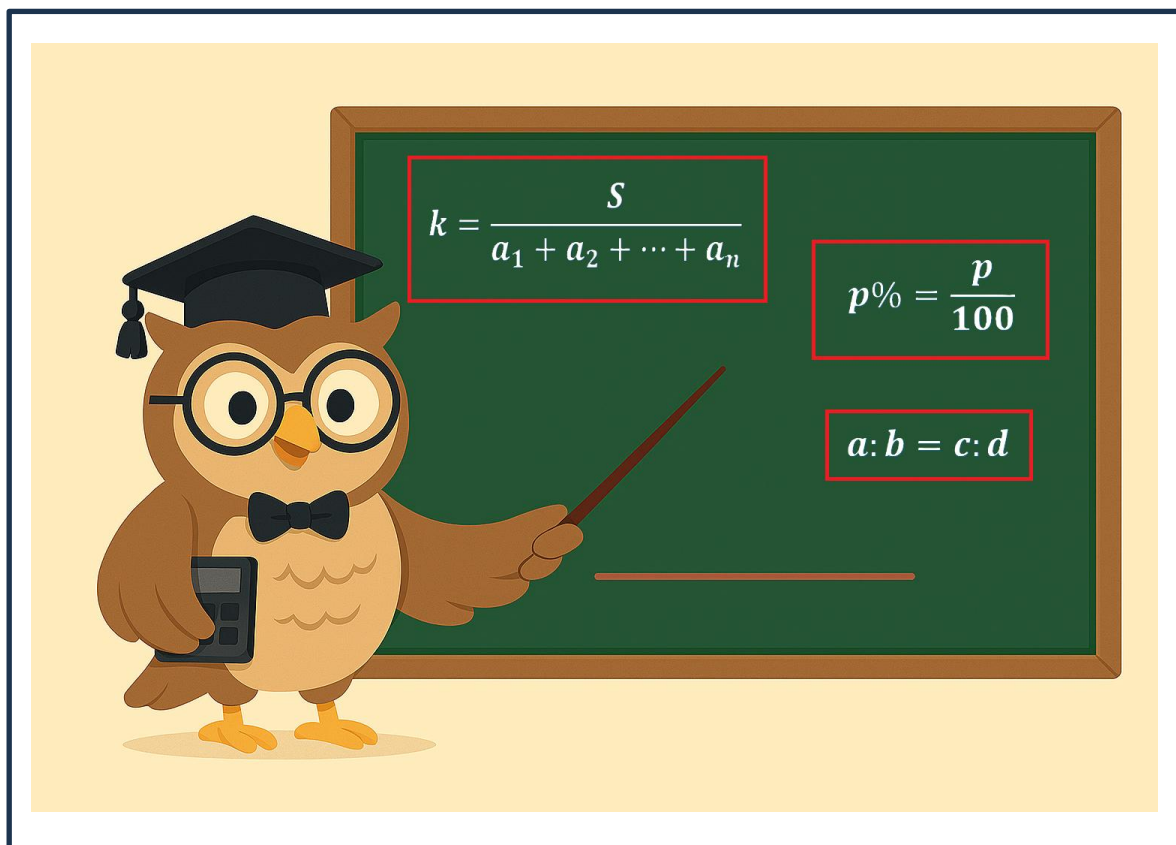
Sretno na vašem matematičkom putovanju!

Autori

Sadržaj

1. Omjeri i proporcije	2
1.1. Omjeri	2
1.2. Proporcija ili razmjer	5
2. Postotni i promilni račun	18
2.1. Postotni račun	18
2.2. Promilni račun	30
2.3. Primjena postotnog računa na obračun plaće	32
2.4. Kalkulacije	38
3. Trojno pravilo	54
4. Račun diobe	74
4.1. Jednostavni račun diobe	74
4.2. Složeni račun diobe	76
5. Račun smjese	90
5.1. Jednostavni račun smjese	90
5.2. Složeni račun smjese	92
6. Verižni račun	105
6.1. Jednostavni verižni račun	105
6.2. Složeni verižni račun	106
Bibliografija	117

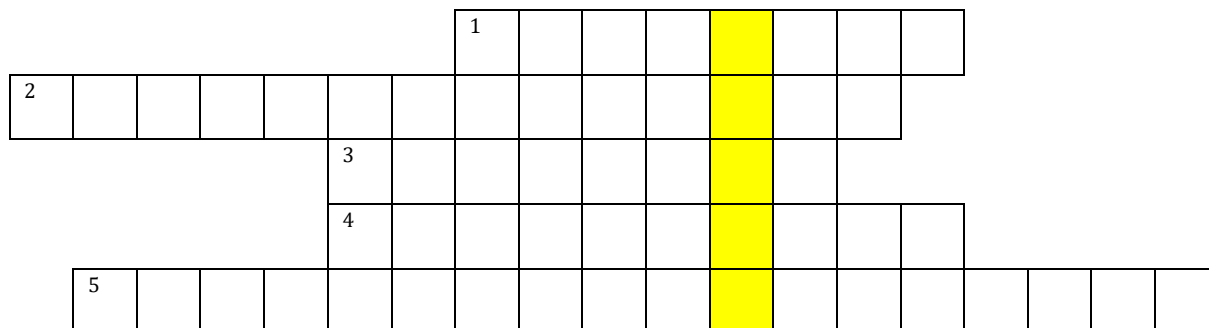
KLJUČNI KONCEPTI GOSPODARSKE MATEMATIKE





Riješite križaljku.

1. Što tvore brojnik, razlomačka crta i nazivnik?
2. Koji razlomak rješavamo primjenom „Vanjski puta vanjski, unutarnji puta unutarnji“?
3. Koja računaska operacija je skraćeni način izvršavanja višestrukog zbrajanja istog broja?
4. Koja se aritmetička operacija koristi kada želimo jedan broj raspodijeliti na jednake dijelove?
5. Kako se zove razlomak koji se dobije zamjenom mjesta brojnika i nazivnika izvornog razlomka?



Razumijevanje omjera ključno je za analizu financijskih izvještaja. Isto tako bitni su za procjenu učinkovitosti tehnoloških projekata i njihovog utjecaja na financijsku učinkovitost tvrtke. Koriste se u turizmu, npr. za računanje omjera popunjenosti kapaciteta i prihoda po dostupnoj sobi, za mjerenje uspješnosti i profitabilnosti turističkih objekata i sl. Financijski omjeri kao što su likvidnost, zaduženost i profitabilnost pružaju uvid u financijsko zdravlje tvrtke, važni su za privlačenje investitora i dugoročno planiranje. Općenito, omjeri omogućuju bolje razumijevanje tržišnih trendova, efikasno upravljanje resursima, donošenje poslovnih odluka, strategijsko planiranje i identificiranje područja za poboljšanje.

Za studente je ključno razumijevanje i znanje o omjerima, jer oni pružaju neophodne alate za analizu i donošenje informiranih odluka u različitim aspektima poslovanja, od financijske analize do strategijskog upravljanja, čime se osigurava njihova spremnost za uspješnu karijeru u poslovnom svijetu.



Ishodi učenja:

Izreći definiciju omjera i razmjera.

Razlikovati omjere i razmjere.

Izračunati različite omjere.

Tumačiti rezultate dobivene primjenom omjera.

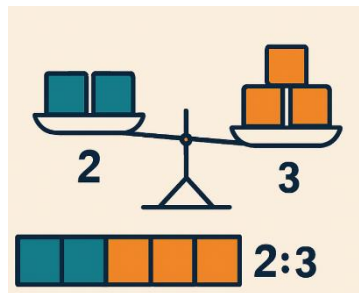
Primijeniti omjere za rješavanje praktičnih problema u poslovanju.

1. Omjeri i proporcije

Omjeri i proporcije odnose se na relativnu veličinu stvari, a koristimo ih kada nešto želimo podijeliti, izračunati količinu sastojaka koji čine smjesu u određenom omjeru itd. Kroz povijest, prvi zapisi o proporcijama pronalaze se kod starih Grka. Euklid u V. knjizi piše o proporcijama koje koristi i u geometriji, odnosno VI. knjizi. Mnogi Euklidovi opisani problemi nisu riješeni na adekvatan način sve do radova Weierstrassa, Cantora i Dedekinda u 19. stoljeću kao npr. pojam kontinuuma i beskonačnosti, adekvatna definicija realnih brojeva te analitički pojmovi poput granice i konvergencije.

1.1. Omjeri

U svakodnevnom životu često mjerimo jednu veličinu drugom, odnosno uspoređujemo količine iste vrste. Tim mjerenjem se izražava kakav je odnos između dva ili više brojeva, a iz toga se vidi koliko je neki broj (mjera) veći ili manji od drugoga. Taj odnos nazivamo omjerom.



Broj koji izražava kakav je odnos između dva ili više brojeva u danoj situaciji nazivamo omjer.

Uspoređujemo li dva broja ili veličine dijeljenjem onda govorimo o geometrijskom omjeru ili samo omjeru. Često se pri samom korištenju riječi omjer upravo misli na geometrijski omjer. Kao i kod aritmetičkog omjera, kod geometrijskog je potrebno uspoređivati veličine koje moraju biti izražene u istim mjernim jedinicama.



Omjer pokazuje koliko se puta neka mjera (broj) nalazi u drugoj mjeri (broju), a dobiva se tako da se nađe njihov kvocijent

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k.$$

Pri tome je broj a prvi član omjera, broj b drugi član omjera, a broj k vrijednost omjera.

Omjer možemo promatrati i kao razlomak.

Zadatak 1. Matko ima 35 godina, a njegova kći 7 godina. Koliko puta Matko ima više godina od kćeri?

Rješenje:

Geometrijski omjer: $\frac{35}{7} = \frac{5}{1} = 5:1$

Matko ima 5 puta više godina od kćeri.

Omjere dijelimo na obične (proste) i složene.



Obični omjeri imaju samo dva člana, a svi ostali su složeni omjeri.

Zadatak 2. Koji od navedenih omjera su obični, a koji složeni omjeri?

- a) $2 : 3$
- b) $2 : 3 : 5$
- c) $9 : 2$
- d) $4 : 2 : 7 : 11$

Rješenje:

Obični omjeri su: a) $2 : 3$ i c) $9 : 2$.

Složeni omjeri su: b) $2 : 3 : 5$ i d) $4 : 2 : 7 : 11$.



Za dva omjera kažemo da su jednaki ako imaju iste kvocijente.

Zadatak 3. Spojite jednake omjere iz prvog stupca s onima iz drugog.

- | | |
|-------------|--------------|
| a) $2 : 3$ | A) $35 : 7$ |
| b) $1 : 25$ | B) $50 : 75$ |
| c) $5 : 1$ | C) $60 : 25$ |
| d) $12 : 5$ | D) $4 : 100$ |

Rješenje:

$a \rightarrow B$ $50 : 75 = \frac{50 : 25}{75 : 25}$ $= \frac{2}{3}$	$b \rightarrow D$ $4 : 100 = \frac{4 : 4}{100 : 4}$ $= \frac{1}{25}$	$c \rightarrow A$ $35 : 7 = \frac{35 : 7}{7 : 7} = \frac{5}{1}$	$d \rightarrow C$ $60 : 25 = \frac{60 : 5}{25 : 5}$ $= \frac{12}{5}$
---	--	--	--



Ako je prvi član omjera pozitivnih brojeva manji od drugog člana, kažemo da je omjer uzlazan (rastući) i njegova je vrijednost uvijek manja od 1. Omjer je silazan (padajući) ako je prvi član omjera veći od drugog člana i onda je njegova vrijednost veća od 1.

Zadatak 4. Koji su omjeri uzlazni, a koji silazni?.

- a) $2 : 3$
- b) $2 : 3 : 5$
- c) $9 : 2$

Rješenje:

Uzlazni: a) $2 : 3$, b) $2 : 3 : 5$

Silazni: c) $9 : 2$



Omjer ostaje isti po vrijednosti ako mu se oba člana pomnože ili podijele istim brojem.

$$(a \cdot c) : (b \cdot c) = k$$

$$(a : d) : (b : d) = k, \quad d \neq 0.$$

Zadatak 5. Izračunajte:

$$\frac{5}{6} : \frac{7}{18} = x$$

Rješenje:

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{6} \cdot 18\right) : \left(\frac{7}{18} \cdot 18\right) &= x \\ (5 \cdot 3) : (7 \cdot 1) &= x \\ 15 : 7 &= x \\ x &= \frac{15}{7} \end{aligned}$$

Ako imamo dva ili više jednostavnih omjera od njih možemo načiniti složeni omjer. Pomnože se svi prvi članovi međusobno, zatim svi drugi članovi međusobno, onda je omjer dobivenih produkata jednak produktu kvocijenta kojega su članovi međusobno pomnoženi.



$$a : b = g$$

$$c : d = h$$

$$\underline{e : f = i}$$

$$(a \cdot c \cdot e) : (b \cdot d \cdot f) = g \cdot h \cdot i$$

Zadatak 6. Načini složeni omjer.

$$6 : 3 = 2$$

$$24 : 6 = 4$$

$$\underline{15 : 5 = 3}$$

$$(6 \cdot 24 \cdot 15) : (3 \cdot 6 \cdot 5) = (2 \cdot 4 \cdot 3)$$

$$2\,160 : 90 = 24$$

$$24 = 24$$

1.2. Proporcija ili razmjer

Dva omjera koji imaju iste kvocijente, a međusobno su povezani znakom jednakosti čine razmjer ili proporciju:



$$\begin{aligned} a : b &= e \\ c : d &= e \\ a : b &= c : d, \end{aligned}$$

pri čemu a i d nazivamo vanjski članovi razmjera, a b i c unutarnji članovi razmjera.

Produkt vanjskih članova razmjera jednak je produktu unutarnjih članova razmjera:



$$\begin{aligned} a : b &= c : d \\ \frac{a}{b} &= \frac{c}{d} \quad / \cdot (bd) \\ a \cdot d &= b \cdot c. \end{aligned}$$

Zadatak 7. Jedan dijamant iznosi 4 karata, a drugi 8 karata. Prvi ima vrijednost 1 600 €. Koliko košta drugi dijamant, ako su cijene proporcionalne kvadratima njihovih težina?

Rješenje:

$$\begin{aligned} 4^2 : 8^2 &= 1\,600 : x \\ 4^2 \cdot x &= 8^2 \cdot 1\,600 \\ 16x &= 102\,400 \\ x^2 &= 5\,120\,000 \\ x &= 6400 \end{aligned}$$

Drugi dijamant će koštati 6 400 €.

Zadatak 8. Riješite sljedeće jednadžbe:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $x : 2 = 5 : 1$ | b) $(x + 1) : 3 = 2 : 5$ |
| c) $2 : (2x - 1) = 7 : 3$ | d) $5 : 6 = (x - 2) : 3$ |
| e) $4 : 3 = 5 : (2x + 2)$ | |

Rješenje:

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| a) | b) |
| $x : 2 = 5 : 1$ | $(x + 1) : 3 = 2 : 5$ |
| $1 \cdot x = 2 \cdot 5$ | $5 \cdot (x + 1) = 2 \cdot 3$ |
| $x = 10$ | $5x + 5 = 6$ |
| | $5x = 1$ |
| | $x = \frac{1}{5}$ |

c)

$$2 : (2x - 1) = 7 : 3$$

$$7 \cdot (2x - 1) = 3 \cdot 2$$

$$14x - 7 = 6$$

$$14x = 13$$

$$x = \frac{13}{14}$$

d)

$$5 : 6 = (x - 2) : 3$$

$$6 \cdot (x - 2) = 3 \cdot 5$$

$$6x - 12 = 15$$

$$6x = 27$$

$$x = \frac{9}{2}$$

e)

$$4 : 3 = 5 : (2x + 2)$$

$$4 \cdot (2x + 2) = 5 \cdot 3$$

$$8x + 8 = 15$$

$$8x = 7$$

$$x = \frac{7}{8}$$

Neka od svojstava proporcije:

1. Proporcija ostaje valjana kada se njezin jedan unutarnji i jedan vanjski član pomnože ili podijele istim brojem, bez obzira jesu li na istoj ili suprotnim stranama.

$$a : b = c : d$$

$$a : b = c : d$$

$$(a \cdot n) : b = (c \cdot n) : d$$

$$\frac{a}{n} : b = \frac{c}{n} : d$$

2. Potenciramo li sve članove razmjera ili reduciramo istim eksponentom proporcija ostaje valjana.

$$a : b = c : d$$

$$a : b = c : d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} / ^n$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} / ^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}$$

$$a^n : b^n = c^n : d^n$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{c} : \sqrt[n]{d}$$

3. Razmjer ili proporcija ostaje valjana ako vanjski ili unutarnji članovi razmjera međusobno zamijene mjesta.

$$a : b = c : d / \cdot \frac{b}{c}$$

$$a : b = c : d / \cdot \frac{d}{a}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{c}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{a} = \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

$$a : c = b : d$$

$$d : b = c : a$$

4. Zbroj ili razlika članova lijevog omjera odnosi se prema zbroju ili razlici članova desnog omjera kao što se odnose po redu članovi lijevog omjera prema članovima desnog omjera.

$$\begin{aligned}
 a : b &= c : d \\
 \frac{a}{b} &= \frac{c}{d} \\
 \frac{a+b}{b} &= \frac{c+d}{d} \\
 (a+b) : b &= (c+d) : d
 \end{aligned}$$

5. Zamijenimo li unutarnje članove u prethodnom izrazu, dobivamo:

$$(a+b) : (c+d) = b : d$$

6. Zbroj članova lijevog omjera odnosi se prema zbroju članova desnog omjera kao razlika članova lijevog omjera prema razlici članova desnog omjera.

$$(a+b) : (c+d) = (a-b) : (c-d)$$

7. Zbroj članova lijeve strane prema zbroju članova desne strane odnose se kao članovi kako dolaze po redu s lijeve strane prema članovima desne strane. Isto vrijedi i za razliku.

Istražite kroz projekte:

Primjena omjera u stvarnom životu: istražite i dokumentirajte primjene omjera i proporcija u svakodnevnom životu, kao što su kulinarske recepture, arhitektura i dizajn. Krajnji cilj je stvoriti edukativni vodič ili video-seriju koja prikazuje kako se matematički koncepti mogu koristiti u praktičnim situacijama.

Primjena proporcija u ekonomiji: istražite kako se omjeri i proporcije koriste u ekonomskim modelima i analizama. Razvijte modele koji ilustriraju koncepte poput tržišnih omjera, financijskih pokazatelja i ekonomske ravnoteže te prezentirajte kako se ti matematički koncepti koriste u stvarnom svijetu ekonomije.

Strategije alokacije resursa u ruralnom turizmu: fokusirajte se na primjenu omjera i proporcija za efikasno upravljanje i raspodjelu resursa u ruralnom turizmu. Analizirajte kako optimalno koristiti ograničene resurse, poput smještaja, osoblja i marketinškog proračuna, za maksimiziranje povrata ulaganja.

Analiza financijskih izvještaja kroz omjere: analizirajte financijske izvještaje poduzeća koristeći omjere kao što su likvidnost, profitabilnost i operativna učinkovitost. Primijenite ove omjere za procjenu financijskog zdravlja i performansi poduzeća te predložite strategije za poboljšanje.



Zaokružite točan ponuđeni odgovor na postavljeno pitanje:

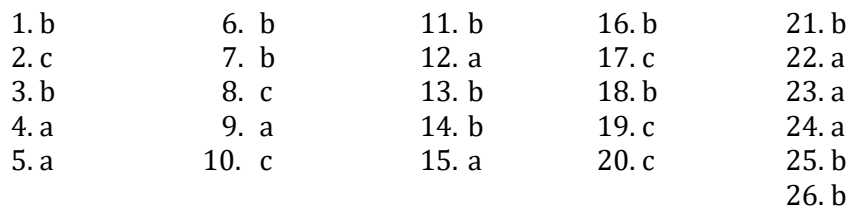
1. Što omjeri i proporcije omogućuju?
 - a) Određivanje apsolutne veličine stvari.
 - b) Usporedbu relativnih veličina stvari.
 - c) Precizno mjerenje vremena.
2. Gdje se nalaze prvi zapisi o proporcijama?
 - a) Kod starih Rimljana.
 - b) Kod starih Egipćana.
 - c) Kod starih Grka.
3. U kojoj knjizi Euklid piše o proporcijama?
 - a) III. knjiga.
 - b) V. knjiga.
 - c) X. knjiga.
4. Koji matematičari su unaprijedili teoriju proporcija u 19. stoljeću?
 - a) Weierstrass, Cantor, Dedekind.
 - b) Newton, Leibniz, Euler.
 - c) Galileo, Kepler, Copernicus.
5. Kako se dobiva omjer?
 - a) Dijeljenjem brojeva.
 - b) Množenjem brojeva.
 - c) Zbrajanjem brojeva.
6. Što je potrebno za usporedbu u geometrijskom omjeru?
 - a) Različite mjernih jedinice.
 - b) Iste mjernih jedinice.
 - c) Kompleksne brojeve.
7. Što znači kada je omjer uzlazan?
 - a) Vrijednost je veća od 1.
 - b) Vrijednost je manja od 1.
 - c) Vrijednost je jednaka 1.
8. Kako se mijenja vrijednost omjera ako se oba člana pomnože istim brojem?
 - a) Povećava se.
 - b) Smanjuje se.
 - c) Ostaje ista.
9. Što su složeni omjeri?
 - a) Omjeri s više od dva člana.
 - b) Omjeri s dva člana.
 - c) Omjeri s negativnim brojevima.
10. Kako se formira složeni omjer?

- a) Zbrajanjem omjera.
 - b) Oduzimanjem omjera.
 - c) Množenjem članova omjera.
11. Kada kažemo da su dva omjera jednaka?
- a) Kad imaju iste članove.
 - b) Kad imaju iste kvocijente.
 - c) Kad imaju iste razlike.
12. Kako se izračunava proporcija?
- a) Produkt vanjskih članova jednak je produktu unutarnjih članova.
 - b) Zbroj vanjskih članova jednak je zbroju unutarnjih članova.
 - c) Razlika vanjskih članova jednaka je razlici unutarnjih članova.
13. Što se događa s proporcijom kada se svi članovi potenciraju?
- a) Postaje nevažeća.
 - b) Ostaje valjana.
 - c) Mijenja se vrijednost.
14. Što se događa s proporcijom kada se zamijene vanjski i unutarnji članovi?
- a) Postaje nevažeća.
 - b) Ostaje valjana.
 - c) Mijenja se vrijednost.
15. Kako se zapisuje omjer zbroja članova?
- a) Zbroj lijevih članova prema zbroju desnih članova.
 - b) Razlika lijevih članova prema razlici desnih članova.
 - c) Umnožak lijevih članova prema umnošku desnih članova.
16. Kako se zapisuje omjer razlike članova?
- a) Zbroj lijevih članova prema zbroju desnih članova.
 - b) Razlika lijevih članova prema razlici desnih članova.
 - c) Umnožak lijevih članova prema umnošku desnih članova.
17. Koji su vanjski članovi u proporciji $a : b = c : d$?
- a) a i b .
 - b) b i c .
 - c) a i d .
18. Koji su unutarnji članovi u proporciji $a : b = c : d$?
- a) a i b .
 - b) b i c .
 - c) c i d .
19. Kada je omjer silazan (padajući)?
- a) Kada je prvi član manji od drugog.
 - b) Kada je prvi član jednak drugom.
 - c) Kada je prvi član veći od drugog.
20. Kako se mijenja omjer ako se oba člana podijele istim brojem?
- a) Povećava se.
 - b) Smanjuje se.
 - c) Ostaje isti.

21. Koja je formula za omjer?
- a) $a - b = k$.
 - b) $\frac{a}{b} = k$.
 - c) $a + b = k$.
22. Kako se naziva omjer s više od dva člana?
- a) Složeni omjer.
 - b) Kompleksni omjer.
 - c) Multiplikativni omjer.
23. Koji je primjer proporcije?
- a) $2 : 3 = 4 : 6$.
 - b) $2 + 3 = 4 + 6$.
 - c) $2 - 3 = 4 - 6$.
24. Što pokazuje omjer razlike članova?
- a) Razlika se odnosi kao pojedinačni omjeri.
 - b) Razlika je uvijek veća od pojedinačnih omjera.
 - c) Razlika je uvijek manja od pojedinačnih omjera.
25. Kako se mijenja proporcija kada se svi članovi kvadriraju?
- a) Postaje nevažea.
 - b) Ostaje valjana.
 - c) Mijenja se u omjer zbroja.
26. Kako se mijenja proporcija kada se primjeni korijen na sve članove?
- a) Postaje nevažea.
 - b) Ostaje valjana.
 - c) Pretvara se u linearnu funkciju.

Dopunite rečenice:

27. Omjer izražava odnos između dva ili više brojeva, pokazujući koliko puta je jedan broj _____ ili _____ od drugog.
28. Složeni omjer se formira tako da se pomnože svi _____ članovi međusobno, i zatim svi _____ članovi međusobno.
29. U proporciji kao što je $a:b=c:d$, ako zamijenimo vanjske ili unutarnje članove razmjera, proporcija _____ valjana.



- 11



1. U omjeru 4 : 7, ako je prvi dio 12, koliki je drugi?

Prompt: *Objasni vizualno (ASCII art ili kratka skica) zašto omjer 4 : 7 kad prvi dio raste na 12 treba skalirati oba člana omjera.*

Zadatak: Na temelju AI-jeve vizualizacije, nacrtaj vlastitu skicu ili graf koji ilustrira proporciju.

2. Omjer iznosa dobiti od prodaje proizvoda u odnosu na iznos troškova je 1:5. Ako su troškovi iznosili 100 000 €, kolika je ukupna dobit?

Prompt: *Prikaži omjer 1:5 (dobit : trošak) vizualno kao grafikon ili ilustraciju. Neka trošak bude 100 000 €, a dobit odgovarajuća prema omjeru. Dodaj i objašnjenje kako omjeri funkcioniraju u svakodnevnim financijama.*

Zadatak: Usporedite svoje rješenje zadatka sa predloženim rješenjem alata umjetne inteligencije. Što ti je dodatno pojašnjeno? Osmisli jedan primjer omjera koji bi bio povoljniji za poslodavca.

3. Pretpostavimo da ste financijski analitičar u poduzeću „Prosperitas“ koja se bavi proizvodnjom i prodajom elektroničkih uređaja. Dobili ste sljedeće financijske podatke za posljednje dvije godine:

Prihodi od prodaje 2023.: 5,5 milijuna €
 Prihodi od prodaje 2024.: 6 milijuna €
 Ukupni troškovi 2023.: 4 milijuna €
 Ukupni troškovi 2024.: 4,6 milijuna €
 Ukupna aktiva na kraju 2023.: 3,5 milijuna €
 Ukupna aktiva na kraju 2024.: 4 milijuna €
 Ukupni dugovi na kraju 2023.: 2,2 milijuna €
 Ukupni dugovi na kraju 2024.: 2,4 milijuna €

Izračunajte ukupnu efikasnost sredstava za 2023. i 2024. godinu, odnosno učinkovitost s kojom tvrtka koristi svoju imovinu za generiranje prihoda. (prihodi od prodaje : ukupna aktiva) i protumačite dobiveno rješenje.

Prompt: *Zamisli da si financijski analitičar u poduzeću 'Prosperitas'. Analiziraj podatke za 2023. i 2024. godinu i izračunaj ukupnu efikasnost sredstava (ukupni prihodi od prodaje podijeljeni s ukupnom aktivom). Prikaži rezultate za obje godine u obliku pregledne tablice i vizualnog grafikona (npr. stupčasti grafikon), a zatim protumači što nam ti rezultati govore o tome kako tvrtka koristi svoju imovinu za ostvarivanje prihoda. Podaci su sljedeći: Prihodi od prodaje 2023.: 5 500 000 €; Prihodi od prodaje 2024.: 6 000 000 €; Ukupna aktiva 2023.: 3 500 000 €; Ukupna aktiva 2024.: 4 000 000 €. Izračunaj: Efikasnost sredstava 2023. = Prihodi / Aktiva; Efikasnost sredstava 2023. = Prihodi / Aktiva. Kratko objasni formule. Vizualiziraj (grafikon) koji uspoređuje efikasnost sredstava za 2023. i 2024. godinu. Jednostavno protumači rezultate, poboljšanje ili pogoršanje, i što to znači za poslovanje.*

Zadatak: Je li AI-jev postupak korak-po-korak isti kao vaš? Ako ne, koje je korake AI pojednostavio ili propustio? Provjera točnosti: identificirajte eventualne pogreške AI-alata (zaokruživanja, nepravilno navođenje formule itd.).



Zadaci za vježbu

1. Marko ima 2 jabuke, a njegov prijatelj Zlatko ima 6 jabuka. Koliko Zlatko ima više jabuka od Marka?
2. Marko ima 2 jabuke, a njegov prijatelj Zlatko ima 6 jabuka. Koliko puta Zlatko ima više jabuka od Marka?
3. Odredite x koji zadovoljava razmjer $3 : x = 4 : 24$.
4. Odredite x koji zadovoljava razmjer $4 : (x - 3) = 5 : 6$.
5. Marko ima 2 jabuke, a njegov prijatelj Zlatko ima 6 jabuka. Ako je Zlatko svoje jabuke platio 3 €, koliko je Marko platio svoje jabuke?
6. Marko ima 105 € što u banci može zamijeniti za 110 \$, dok Zlatko ima 42 €. Za koji iznos u američkim dolarima Zlatko može zamijeniti svoj novac?
7. Marko neki posao obavi za 4 dana, dok za isti posao Zlatku treba 3 dana. Koliko vremena Zlatku treba za posao koji Marko obavi za 20 dana?
8. Markova tvrtka u 12 dana zaradi koliko i Zlatkova tvrtka u 18 dana. Ako Markova tvrtka za 14 dana zaradi 10 000 €, koliko dana treba Zlatkovoj tvrtki da zaradi isti iznos?
9. Distribucijska tvrtka dostavlja pakete različitih veličina. Omjer mase lakših paketa prema težim paketima je $2 : 5$. Ako teži paketi zajedno imaju masu 700 kg, koliku masu imaju lakši paketi?
10. Trgovina je imala omjer troškova za nabavu proizvoda prema ukupnim troškovima od $1:4$. Ako su ukupni troškovi iznosili 80 000 €, koliko je tvrtka potrošila na nabavu proizvoda?
11. Omjer iznosa dobiti od prodaje proizvoda u odnosu na iznos troškova je $1:6$. Ako su troškovi iznosili 120 000 €, kolika je ukupna dobit?
12. Omjer bruto dohotka osobe prema njenim ukupnim troškovima života iznosi $3:5$. Ako njeni ukupni troškovi iznose 2 000 € mjesečno, koliko iznosi njen bruto dohodak?
13. Omjer prodane količine proizvoda u prvom kvartalu u odnosu na drugi kvartal iznosi $2:3$. Ako ukupna prodaja u drugom kvartalu iznosila 180 000 €, koliko iznosi prodaja u prvom kvartalu?
14. Ako ruralni turistički objekt „Dunav“ ima 8 soba s dva kreveta i 4 sobe s četiri kreveta, kakav je omjer soba s dva kreveta prema sobama s četiri kreveta?
15. Poduzeće prodaje dva proizvoda a to su: A i B. U jednom mjesecu prodaju 200 jedinica proizvoda A i 300 jedinica proizvoda B. Kakav je omjer prodaje proizvoda A prema proizvodu B?
16. Ako start-up uloži 50 000 € i ostvari dobit od 70 000 €, kakav je omjer uloženog kapitala prema dobiti?

17. Ako recept za tortu zahtijeva omjer brašna i šećera 2 : 1, koliko šećera treba koristiti ako se koristi 300 grama brašna?
18. Ako je cijena šalice kave 2 €, a cijena čaja je 1,5 €, koja je proporcija cijene kave prema cijeni čaja?
19. Ako u restoranu „Matko“ ima 60 stolova i 240 sjedala, koji je omjer broja stolova prema broju sjedala?
20. Ako se za pripremu koktela koristi omjer ruma i soka od ananasa 1 : 3, koliko soka od ananasa treba ako se koristi 50 ml ruma?
21. Ako tvrtka „Alfa“ ima ukupne dugove od 200 000 € i vlastiti kapital od 300 000 €, koji je omjer dugova prema kapitalu?
22. Investitor je uložio 50 000 € u dionice i ostvario dobit od 5 000 €. Koliki je omjer dobiti prema uloženom kapitalu?
23. Pretpostavimo da ste financijski analitičar u poduzeću „Prosperitas“ koja se bavi proizvodnjom i prodajom elektroničkih uređaja. Dobili ste sljedeće financijske podatke za posljednje dvije godine:
 - Prihodi od prodaje 2022.: 5 milijuna €
 - Prihodi od prodaje 2023.: 5,5 milijuna €
 - Ukupni troškovi 2022.: 4 milijuna €
 - Ukupni troškovi 2023.: 4,6 milijuna €
 - Ukupna aktiva na kraju 2022.: 3 milijuna €
 - Ukupna aktiva na kraju 2023.: 3,5 milijuna €
 - Ukupni dugovi na kraju 2022.: 2 milijuna €
 - Ukupni dugovi na kraju 2023.: 2,4 milijuna €

Izračunajte ukupnu efikasnost sredstava za 2022. i 2023. godinu, odnosno učinkovitost s kojom tvrtka koristi svoju imovinu za generiranje prihoda i protumačite dobiveno rješenje. Napomena: *prihodi od prodaje : ukupna aktiva*.
24. Analitičar ste u poduzeću „Felicitas“ koja se bavi proizvodnjom namještaja. Dobili ste sljedeće financijske podatke:
 - Ukupni prihod u 2023.: 10 milijuna €
 - Ukupni prihodi u 2024.: 12 milijuna €
 - Zarada nakon plaćanja poreza u 2023.: 1,5 milijuna €
 - Zarada nakon plaćanja poreza u 2024.: 1,8 milijuna €
 - Prosječni ukupni kapital u 2023.: 6 milijuna €
 - Prosječni ukupni kapital u 2024.: 7 milijuna €

Izračunajte povrat na kapital koji se računa kao omjer zarade nakon plaćanja poreza i prosječnog ukupnog kapitala.
25. Radite kao financijski savjetnik za poduzeće „Debitum“, koje je specijalizirano za proizvodnju elektronike. Dobili ste sljedeće financijske podatke:
 - Neto prihodi u 2022.: 8 milijuna €
 - Neto prihodi u 2023.: 9 milijuna €
 - Prosječna vrijednost dugotrajne imovine u 2022.: 4 milijuna €
 - Prosječna vrijednost dugotrajne imovine u 2023.: 5 milijuna €

Izračunajte omjer efikasnosti dugotrajne imovine za 2022. i 2023. godinu. Formula je

$$\frac{\text{Neto prihodi}}{\text{Prosječna vrijednost dugotrajne imovine}}$$

Procijenite kako se efikasnost korištenja dugotrajne imovine promijenila između dvije godine i identificirajte potencijalne uzroke tih promjena.



- | | | |
|-----------------------|---------------|------------|
| 1. 4 | 8. 21 | 16. 5:7 |
| 2. 3 | 9. 280 kg | 17. 150 g |
| 3. $x = 2$ | 10. 20 000 € | 18. 4:3 |
| 4. $x = \frac{39}{5}$ | 11. 20 000€ | 19. 1:4 |
| 5. 1 € | 12. 1 200 € | 20. 150 ml |
| 6. 44 \$ | 13. 120 000 € | 21. 2:3 |
| 7. 15 | 14. 2:1 | 22. 1:10 |
| | 15. 2:3 | |

23. Za 2022. godinu: 1.67, za 2023. godinu: 1.57. Ukupna efikasnost sredstava se smanjila, što može sugerirati da poduzeće nije bilo učinkovito u korištenju svoje imovine za generiranje prihoda u 2023. u odnosu na 2022. godinu.

24. Za 2022. godinu: 0.25, za 2023. godinu: 0.257. Blago povećao od 2023. do 2024. godine, što ukazuje na neznatno poboljšanje učinkovitosti korištenja kapitala.

25. Za 2022. godinu: 2.0, za 2023. godinu: 1.8. blago povećanje od 2022. do 2023. godine, što ukazuje na neznatno poboljšanje učinkovitosti korištenja kapitala.

Rješenje križaljke:

							¹ R	A	Z	L	O	M	A	K			
² D	V	O	J	N	I	R	A	Z	L	O	M	A	K				
					³ M	N	O	Ž	E	N	J	E					
					⁴ D	I	J	E	L	J	E	N	J	E			
⁵ R	E	C	I	P	R	O	Č	N	I	R	A	Z	L	O	M	A	K



Na temelju opisanog pojma napišite pojam koji je djelomično napisan u desnom stupcu i potom pronađite sve riječi u slagalici tako da sva slova budu povezana, odnosno kvadrat u kojem se nalazi slovo može biti povezan gore, dolje, lijevo ili desno od njega, ali ne dijagonalno. Slova koja su ostala u slagalici pojam je kojim ćemo se baviti u ovom poglavlju.

Opisan pojam	Riječ
Pojam koji se koristi u trgovini i poslovanju za opisivanje privremenog smanjenja cijena proizvoda ili usluga.	S _ _ Ž _ _ E
Odnos između dva ili više brojeva.	_ M _ R
Jedna stotina eura.	C _ N _
Obavezna financijska naknada ili neka druga vrsta pristojbe koju država nametne pojedincu ili pravnim subjektima.	P _ _ _ Z
Način predstavljanja djeljivih dijelova cjeline ili omjera između brojeva.	R _ _ L _ _ K
Proces suprotan sniženju.	P _ _ _ U _ _ _ N J E
Dva omjera koja imaju jednake kvocijente i povezani su znakom jednakosti.	_ _ _ M J _ _
Omjer koji pokazuje koliko se puta neka mjera (broj) nalazi u drugoj mjeri.	G E O _ _ _ _ I J _ _ _ O _ _ E R
Redoviti, obično mjesečni, iznos novca koji pojedinac prima od poslodavca u zamjenu za svoj rad.	P _ _ Ć _

Osmosmjerka

Z	T	N	J	E	M	J	E
E	C	E	L	N	Z	A	R
R	O	U	P	J	E	R	P
O	M	K	S	O	P	O	A
P	J	S	T	P	L	A	Ć
O	E	R	T	I	O	M	R
A	Z	L	O	K	S	J	E
R	E	A	M	A	J	I	R
N	J	N	S	K	M	E	T
E	Ž	I	G	E	O	K	

Sposobnost preciznog izračunavanja i tumačenja postotaka temeljna je u efikasnom upravljanju resursima, boljem razumijevanju tržišnih trendova i financijskih izvještaja. Postotci se koriste u tehnološkim sustavima za praćenje rasta i učinkovitosti, u budžetiranju i financijskoj analizi za raspodjelu resursa i procjenu povrata investicija. Također, važni su u analizi turističkog sektora i marketinških kampanja za razumijevanje promotivnih aktivnosti. Postotci omogućavaju poduzetnicima praćenje prodaje, troškova i neto dobiti te su ključni za procjenu investicijskih prilika i rizika. Neophodno je razumjeti i koristiti postotke kako bi razvili ključne vještine za analizu i donošenje odluka u različitim poslovnim kontekstima.



Ishodi učenja:

Izreći definiciju postotka i/ili promila.

Na različite načine zapisati postotak i/ili promil.

Primijeniti postotni i/ili promilni izračun u zadanom zadatku.

Protumačiti kako promjene u postocima utječu na različite poslovne scenarije.

Analizirati podatke koristeći postotke.

Sintetizirati informacije izražene u postotcima.

2. Postotni i promilni račun

Postotak je pojam s kojim se svakodnevno susrećemo. Njegova primjena neophodan je dio gospodarske i financijske matematike. Razumijevanje postotaka i promila te njihovo praktično korištenje, ključni su za efikasno upravljanje financijama i donošenje odluka u raznim profesionalnim i osobnim kontekstima.

2.1. Postotni račun

Riječ „postotak“ koristi se u bankarstvu pri izražavanju kamatnih stopa. U medijima je često čujemo kod izvještavanja o broju inozemnih ili domaćih turista koji su u Republici Hrvatskoj ili kod analize anketa o stavovima stanovništva koji se prezentiraju. Ekonomisti često koriste postotak pri pisanju raznih izvještaja, analize podataka, kretanju bruto domaćeg proizvoda, izračunavanju raznih poreza i sl. Naziv potječe od latinskih riječi *per* – po i *centum* – sto.



Postotak je broj jedna stotina, odnosno razlomak s brojnikom 1 i nazivnikom 100.

$$\% = \frac{1}{100}$$

Postotak nekog broja je jedna stotina tog broja.

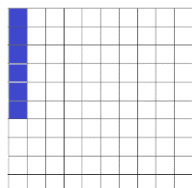


Postotak neke veličine je broj jedinica koji se uzima (otpada) od (na) 100 jedinica te veličine.

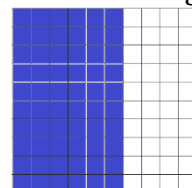
$$p \% = p \cdot \% = p \cdot \frac{1}{100} = \frac{p}{100}$$

Postotak možemo zapisati u obliku razlomka s nazivnikom 100 i decimalnog broja.

$$6 \% = \frac{6}{100} = 0.06$$



$$60 \% = \frac{60}{100} = 0.6$$



$$650 \% = \frac{650}{100} = 6.5$$

$$6.5 \% = \frac{6.5}{100} = 0.065$$

Za mnoge izračune moramo pronaći određeni postotak količine. Na primjer, u nekim je zemljama uobičajeno ostaviti konobaru napojnicu od 10 % cijene vašeg obroka. Isto tako prilikom formiranja cijene nekog proizvoda trgovac na temelju nabavne cijene računa porez na dodanu vrijednost (PDV).



Zadatak 1. Porez na dodanu vrijednost (PDV) u Republici Hrvatskoj iznosi 25 %. Što to zapravo znači?

Rješenje:

25 % je postotak. Može se pisati $25 \% = \frac{25}{100} = 0,25$, a znači da, ukoliko je nabavna cijena nekog proizvoda 100 €, trebamo platiti još i 25 € poreza na dodanu vrijednost.

Zadatak 2. Koliko ste platili poreza na dodanu vrijednost ako je nabavna cijena proizvoda 15,20 €, a PDV je 25 %?

Rješenje:

Iz prethodnog primjera znamo da se za proizvod nabavne cijene od 100 € platilo 25 € PDV-a. Pitamo se koliko ćemo platiti PDV-a ako nabavna cijena iznosi 15,20 €. Dakle, trebamo izračunati

25 % od 15,20

Sjetimo se da „od“ znači „puta“, sada traženu vrijednost možemo lako izračunati

$$25 \% \cdot 15,20 = \frac{25}{100} \cdot 15,20 = 3,8$$

Porez na dodanu vrijednost proizvoda po nabavnoj cijeni od 15,20 € iznosi 3,80 €.

Veličina od koje računamo postotak nazivamo **osnovna vrijednost ili osnovna veličina** i označavamo je s G . Izračunati **postotak**, oznaka p , osnovne veličine nazivamo **postotni dio** P .

Tada je

$$\begin{aligned} p \% \cdot G &= P \\ \frac{p}{100} \cdot G &= P : p \\ \frac{G}{100} &= \frac{P}{p} \end{aligned}$$



Temeljni razmjer za postotni račun od sto je

$$G : 100 = P : p$$

Iz dobivenog razmjera možemo izračunati osnovnu veličinu G

$$\begin{aligned} G : 100 &= P : p \\ \frac{G}{100} &= \frac{P}{p} \quad / \cdot 100 \\ G &= \frac{P \cdot 100}{p} \end{aligned}$$

Osnovnu vrijednost dobijemo tako da dio cjeline podijelimo s postotkom izraženim u decimalnom obliku.

Pomoću istog razmjera možemo izračunati postotak p

$$\begin{aligned} G : 100 &= P : p \\ \frac{G}{100} &= \frac{P}{p} \\ G \cdot p &= P \cdot 100 \quad / : G \\ p &= \frac{P \cdot 100}{G} \end{aligned}$$

Postotak računamo tako da dio cjeline podijelimo cjelinom od koje računamo postotak i pomnožimo sa 100.



Tekstualne zadatke rješavamo tako da ga pročitamo prvi puta u cijelosti. Zatim u drugom čitanju zapišemo zadane podatke koje pročitamo do interpunkcijskih znakova (, . :) ili veznika (i), a potom zadatak čitamo do sljedećeg interpunkcijskog znaka ili veznika i zapišemo koji podaci su zadani. Sve ono što je potrebno izračunati u zadatku zapišemo i izjednačimo sa ?.

Zadatak 3. Radna organizacija traži odštetu jer je uništenu robu u vrijednosti od 25 000 € osigurala i platila premiju osiguranja od 900 €. S kojom stopom osiguranja je ova roba osigurana?

Rješenje:

$$G = 25\,000 \text{ €}$$

$$P = 900 \text{ €}$$

$$p = ?$$

$$p = \frac{P \cdot 100}{G} = \frac{900 \cdot 100}{25\,000} = 3,6 \%$$

Zadatak 4. U mlinu A od 180 kg pšenice dobije se 110 kg brašna, dok se u mlinu B dobije 162 kg brašna od 190 kg pšenice. U kojem se mlinu efikasnije melje?

Rješenje:

mlin A

$$\begin{array}{l} G = 180 \text{ kg} \\ P = 117 \text{ kg} \\ p = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} p = \frac{P \cdot 100}{G} \\ p = \frac{117 \cdot 100}{180} \\ p = 65 \% \end{array}$$

mlin B

$$\begin{array}{l} G = 190 \text{ kg} \\ P = 114 \text{ kg} \\ p = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} p = \frac{P \cdot 100}{G} \\ p = \frac{114 \cdot 100}{190} \\ p = 60 \% \end{array}$$

U mlinu A samelje se 65 % brašna, dok u mlinu B 60 % iz čega možemo zaključiti da mlin A bolje melje.

Zadatak 5. Porezni obveznik prijavio je ukupan prihod od 25 156 € i platio na ime poreza 2 953,31 €. Odredi poreznu (postotnu) stopu.

Rješenje:

$$G = 25\,156 \text{ €}$$

$$P = 2\,953,31 \text{ €}$$

$$p = ?$$

$$p = \frac{P \cdot 100}{G} = \frac{2\,953,31 \cdot 100}{25\,156} = 11,74 \%$$

Porezna stopa je 11,74 %.

Zadatak 6. Prvu godinu Veleučilišta u Virovitici u akademskoj 2022./23. godini upisalo je 150 studenata. U akademskoj 2023./24. godini 25 studenata nije uspjelo upisati drugu godinu. Koliko je to izraženo u postocima?

Rješenje:

$$\begin{array}{l} G = 150 \\ P = 25 \\ p = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} p = \frac{P \cdot 100}{G} \\ p = \frac{25 \cdot 100}{150} \\ p = 16,67 \% \end{array}$$

Drugu godinu nije upisalo 16,67 % studenata.

Zadatak 7. Matko je za prekovremeni rad dobio nagradu u iznosu 24 % od svoje plaće. Kolika je njegova plaća, ako je nagrada iznosila 115 €?

Rješenje:

$$\begin{array}{l} p = 24 \\ \underline{P = 115 \text{ €}} \\ G = ? \end{array} \qquad \begin{array}{l} G = \frac{P \cdot 100}{p} \\ G = \frac{115 \cdot 100}{24} \\ G = 479,17 \end{array}$$

Plaća radnika je 479,17 €.

Rješenje možemo dobiti i primjenom jednadžbi.

$x \rightarrow$ iznos plaće

24 % od svoje plaće možemo zapisati

$$\frac{24}{100} \cdot x$$

nagrada iznosila 115 €

$$\begin{array}{l} \frac{24}{100} \cdot x = 115 \\ 0,24 \cdot x = 115 \\ x = \frac{115}{0,24} \\ x = 479,17 \end{array}$$

Zadatak 8. Koliko ćete platiti poreza na 5 367 €, ako je porezna stopa 22 %?

Rješenje:

$$\begin{array}{l} p = 22 \\ \underline{G = 5\,367 \text{ €}} \\ P = ? \end{array} \qquad \begin{array}{l} P = \frac{G \cdot p}{100} \\ P = \frac{5\,367 \cdot 22}{100} \\ P = 1\,180,74 \end{array}$$

Poreza ću platiti 1 180,74 €.

Rješenje možemo dobiti i primjenom jednadžbi.

$x \rightarrow$ porez

$$\begin{array}{l} \frac{22}{100} \cdot 5\,367 = x \\ 0,22 \cdot 5\,367 = x \\ x = 1\,180,74 \end{array}$$

Zadatak 9. Dohodak po radniku je planiran u iznosu od 1 160 €. Tijekom prvog polugodišta 2023. godine dohodak po radniku je ostvaren za 15 % više nego što je planirano. Koliko iznosi ostvareni dohodak po radniku?

Rješenje:

Dohodak je povećan za 15 %.

$$G = 1\,160 \text{ kn}$$

$$p = 15 \%$$

$$P = ?$$

$$P = \frac{G \cdot p}{100} = \frac{1\,160 \cdot 15}{100} = 174 \text{ €}$$

Zbog toga je ostvaren sljedeći dohodak po radniku:

$$1\,160 + 174 = 1\,334 \text{ €}$$

Često u trgovinama možete vidjeti snižene cijene. Za izračun prvobitne cijene, odnosno cijene prije sniženja te vrijednosti za koju je smanjena prvobitna cijena potrebno je koristiti postotni račun niže 100. Ako je poznata umanjena osnovna veličina G za postotni dio P , tj. poznato je $(G - P)$ i postotak p , potrebno je odrediti

a) osnovnu veličinu G

$$G - P = (G - P) \text{ kako je } P = \frac{Gp}{100}$$

$$G - \frac{Gp}{100} = (G - P)$$

$$G \left(1 - \frac{p}{100}\right) = (G - P)$$

$$G \frac{100 - p}{100} = (G - P) / : (100 - p)$$

$$\frac{G}{100} = \frac{G - P}{100 - p}$$

$$G : 100 = (G - P) : (100 - p)$$

b) postotni dio P određuje se na sljedeći način

$$G - P = (G - P) \text{ kako je } G = \frac{100P}{p}$$

$$\frac{100P}{p} - P = (G - P)$$

$$P \left(\frac{100}{p} - 1\right) = (G - P)$$

$$P \frac{100 - p}{p} = (G - P) / : (100 - p)$$

$$\frac{P}{p} = \frac{G - P}{100 - p}$$

$$P : p = (G - P) : (100 - p)$$



Razmjer za postotni račun niže od sto je

$$P : p = (G - P) : (100 - p)$$

Zadatak 10. Cijena neke robe nakon sniženja od 10 % iznosi 150,00 €. Za koji se iznos cijena smanjila i kolika je bila cijena prije sniženja?

Rješenje:

$$G - P = 150.00 \text{ €}$$

$$p = 10$$

$$G = ?$$

$$P = ?$$

Smanjenje cijene robe

$$P : p = (G - P) : (100 - p)$$

$$P : 10 = 150 : (100 - 10)$$

$$P : 10 = 150 : 90$$

$$P = \frac{10 \cdot 150}{90} = 16,67$$

Početna cijena
proizvoda:

$$G = (G - P) + P$$

$$G = 150 + 16,67$$

$$G = 166,67$$

Zadatak se može riješiti primjenom jednadžbi.



Zapisivanje jednadžbe koju rješavamo kako bi došli do rješenja je jednostavno. Bitno je zapisati ono što čitamo matematičkim jezikom. Prvo pročitamo zadatak u cijelosti. U prvom čitanju već prepoznamo što nam je nepoznanica i zapisujemo je. Ukoliko smo cijenu snizili pišemo $-$, ako smo je povećali pišemo $+$. Sada dolazimo do postotka koji nam govori za koliko smo cijenu snizili ili povećali. U zadatku je najbitnije uočiti od čega se računa postotak. Ključno je, je li ta vrijednost zadana ili se traži.

$x \rightarrow$ cijena robe prije sniženja

$$x - \frac{10}{100}x = 150$$

$$x - 0.1x = 150$$

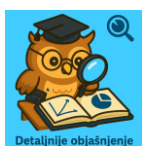
$$0.9x = 150 \text{ } / : 0.9$$

$$x = 166.67$$

Cijena je smanjena za

$$166,67 - 150 = 16,67$$

Cijena robe je smanjena za 16,67 €, a prije smanjenja cijena joj je bila 166,67 €.



Kada je cijena snižena za p %, a snižena cijena poznata i trebate izračunati početnu cijenu, moguće je koristiti formulu

$$\text{početna cijena} = \frac{\text{nova cijena} \cdot 100}{100 - p}.$$

Zadatak 11. Potrošnja goriva jednog automobila poslije popravka, smanjena je za 20 % i sada iznosi 6,5 litara benzina na 100 kilometara. Izračunajte potrošnju goriva prije popravka i koliko iznosi smanjenje?

Rješenje:

$$G - P = 6,5$$

$$p = 20$$

$$G = ?$$

$$P = ?$$

$$G = \frac{(G - p) \cdot 100}{100 - p}$$

$$G = \frac{6,5 \cdot 100}{100 - 20} = \frac{650}{80} = 8,125$$

Prije popravka potrošnja je iznosila 8,125 litara benzina na 100 kilometara. Smanjenje potrošnje nakon popravka je za: $8,125 - 6,5 = 1,625$ L

Zadatak se može riješiti primjenom jednadžbi.

$x \rightarrow$ potrošnja goriva prije popravka

$$x - \frac{20}{100}x = 6,5$$

$$x - 0,2x = 6,5$$

$$0,8x = 6,5 \quad / : 0,8$$

$$x = 8,125$$

Potrošnja je smanjena za

$$8,125 - 6,5 = 1,625$$

Smanjenje potrošnje ili postotni iznos možemo izračunati i primjenom postotnog računa od sto:

$$P = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$P = \frac{8,125 \cdot 20}{100} = 1,625$$

Ukoliko nam je poznata uvećana veličina, odnosno veličina nakon što je nešto poskupjelo za određeni postotak i trebamo dobiti početnu cijenu ili vrijednost za koju je uvećana cijena koristimo račun više 100. Ako je poznata uvećana osnovna veličina G , za postotni dio P , tj. poznato je $(G + P)$ i postotak p , potrebno je odrediti

a) osnovnu veličinu G

$$G + P = (G + P)$$

kako je $P = \frac{Gp}{100}$

$$G + \frac{Gp}{100} = G + p$$

$$G \left(1 + \frac{p}{100}\right) = (G + P)$$

$$G \frac{100 + p}{100} = (G + P) / : (100 + p)$$

$$\frac{G}{100} = \frac{G + P}{100 + p}$$

$$G : 100 = (G + P) : (100 + p)$$

b) postotni dio P određuje se na sljedeći način

$$G + P = (G + P) \text{ kako je } G = \frac{100P}{p}$$

$$\frac{100P}{p} + P = (G + P)$$

$$P \left(\frac{100}{p} + 1\right) = (G + P)$$

$$P \frac{100 + p}{p} = (G + P) / : (100 + p)$$

$$\frac{P}{p} = \frac{G + P}{100 + p}$$

$$P : p = (G + P) : (100 + p)$$



Razmjer za postotni račun niže od sto je

$$P : p = (G + P) : (100 + p)$$

Zadatak 12. Cijena neke robe nakon povećanja od 10 % iznosi 150,00 €. Za koji se iznos prvotna cijena povećala i kolika je bila cijena prije povećanja?

Rješenje:

$$G + P = 150,00 \text{ €}$$

$$p = 10$$

$$G = ?$$

$$P = ?$$

Smanjenje cijene robe

$$P : p = (G + P) : (100 + p)$$

$$P : 10 = 150 : (100 + 10)$$

$$P : 10 = 150 : 110$$

$$P = \frac{10 \cdot 150}{110} = 13,64$$

Početna cijena
proizvoda:

$$G = (G + P) - P$$

$$G = 150 - 13,64$$

$$G = 136,36$$

Zadatak se može riješiti primjenom jednadžbi.

$x \rightarrow$ cijena robe prije sniženja

$$x + \frac{10}{100}x = 150$$

$$x + 0,1x = 150$$

$$1,1x = 150 \quad /: 1,1$$

$$x = 136,36$$

Cijena je smanjena za

$$150 - 136,36 = 13,64$$

Cijena robe je povećana za 13,64 €, prije povećanja cijena joj je bila 136,36 €.



Kada je cijena povišena za p %, a znate tu povišenu cijenu i trebate izračunati početnu cijenu možete koristiti i formulu

$$\text{početna cijena} = \frac{\text{nova cijena} \cdot 100}{100 + p}$$

Zadatak 13. Cijena jednodnevnog pansiona u hotelu za domaće turiste je 50 € i 30 % je niža od cijene za inozemne. Kolika je cijena pansiona za inozemne turiste i koliko eura manje plaćaju domaći turisti?

Rješenje:

$$G - P = 50 \quad \text{cijena jednodnevnog pansiona za domaće goste}$$

$$p = 30$$

$$G = ? \quad P = ?$$

$$G = \frac{(G - P)100}{100 - p} = \frac{50 \cdot 100}{100 - 30} = 71,43$$

$$P = \frac{(G - P)p}{100 - p} = \frac{50 \cdot 30}{100 - 30} = 21,43$$

Zadatak se može riješiti primjenom jednadžbi.

$x \rightarrow$ cijena za inozemne turiste

$$x - \frac{30}{100}x = 50$$

$$x - 0,3x = 50$$

$$0,7x = 50 \quad /: 0,7$$

$$x = 71,43$$

Cijena je smanjena za

$$71,43 - 50 = 21,43$$

Cijena pansiona za inozemne goste je 71,43 €. Domaći turisti plaćaju 21,43 € manju cijenu.

Zadatak 14. Cijena banana povišena je za 20 %, a zatim snižena za 20 % i sada iznosi 1,23 € za kilogram. Nađite početnu cijenu banana.

Rješenje:

$$\begin{aligned} x + 20\% \cdot x &= 1,20x \\ 1,20x - \frac{20}{100} \cdot 1,20x &= 1,20x - 0,20 \cdot 1,2x = 1,20x - 0,24x = 0,96x \\ 0,96x &= 1,23 \\ x &= 1,28 \end{aligned}$$

Početna cijena bana bila je 1,28 €.

Primijetite da je u ovom zadatku postotak povišenja i sniženja jednak (20 %). Često se pomisli da ukoliko je postotak jednak kao u Zadatku 14. da će i cijena biti jednaka na početku kao i na kraju. No, u ovakvim situacijama potrebno se sjetiti kako se postotak računa od neke cjeline i u ovom slučaju postotak sniženja se gleda od povećane vrijednosti jer

$$1,28 + \frac{20}{100} \cdot 1,28 = 1,54 \text{ €},$$

a tada je

$$1,54 - \frac{20}{100} \cdot 1,54 = 1,23 \text{ €}.$$

Zadatak 15. Marta je listala po staroj bakinoj knjizi i na jednom listu vidjela recept za palačinke:

Sastojci:

Brašno: 40 %

Mlijeko: 50 %

Jaja: 8 %

Ulje: 2 %

Priprema:

U velikoj zdjeli pomiješajte brašno i mlijeko dok ne dobijete glatku smjesu.

Dodajte jaja i ulje u smjesu i miješajte dok se sve dobro ne spoji.

Zagrijte tavu na srednje jakoj vatri i lagano je premažite uljem.

Za svaku palačinku, izlijte odgovarajuću količinu smjese u tavu i pecite dok se ne pojave mjehurići na površini, a zatim okrenite i pecite s druge strane do zlatno smeđe boje.

Ponavljajte postupak s preostalom smjesom.

Pomozite Marti da izračuna sastojke potrebne za njene prve palačinke.

Rješenje:

Uzmite ukupnu željenu masu smjese za palačinke i podijelite je prema postocima. Na primjer, za 500 grama smjese, upotrijebite

200 grama brašna jer je 40 % od 500 g = 200 g

250 grama mlijeka jer je 50 % od 500 g = 250 g,

40 grama jaja jer je 8 % od 500 g = 40 g

10 grama ulja jer je 2 % od 500 g = 10 g.

2.2. Promilni račun

Postotni račun karakterizira upotreba nazivnika 100, što implicira dijeljenje cjeline na sto jednakih dijelova. S druge strane, promilni račun koristi nazivnik 1 000, označavajući podjelu cjeline na tisuću jednakih dijelova. Ova osnovna razlika odražava se u preciznosti izražavanja manjih dijelova cjeline i često se primjenjuje u specifičnim kontekstima gdje je potrebna veća detaljnost, kao što su financijska analiza, medicinska statistika i slično.



Promil je broj jedinica koji se uzima (otpada) od (na) 1 000 jedinica neke veličine.

$$p \text{ ‰} = \frac{p}{1\,000}$$

Naziv potječe od latinskih riječi *per* – po i *mille* – tisuću.



Osnovni razmjer za promilni račun od tisuću je

$$G : 1\,000 = P : p.$$

Iz dobivenog razmjera osnovnu veličinu G možemo izračunati po formuli:

$$G = \frac{P \cdot 1\,000}{p}$$

a p možemo izračunati po formuli:

$$p = \frac{P \cdot 1\,000}{G}$$

Zadatak 16. Za osnovno sredstvo vrijednosti 60 000 € plaćena je premija osiguranja 90 €. Kolika je vrijednost osiguranja u ‰?

Rješenje:

$$p = \frac{1\,000P}{G} = \frac{1\,000 \cdot 90}{60\,000} = 1,5$$

Premija osiguranja iznosi 1,5 ‰.

Kao kod postotnog računa tako i kod promilnog moguće je računanje početne vrijednosti na temelju zadane vrijednosti nakon smanjenja, odnosno povećanja.

U promilnom računu niže 1 000 računamo osnovnu veličinu na temelju poznate umanjene osnovne veličine za promilni dio ($G - P$) i promila p i tada vrijede sljedeći razmjeri:



Promilni račun niže 1 000.

$$G : 1\,000 = (G - P) : (1\,000 - p)$$

ili

$$P : p = (G - P) : (1\,000 - p).$$

Iz prvog razmjera može se dobiti osnovna (početna) veličina G , a iz drugog promilni dio odnosno vrijednost P za koju je smanjena osnovna veličina.

Zadatak 17. Srebrni predmet dobije se legiranjem srebra i antimona. Koliko grama ima srebrni predmet, ako sadrži 750 ‰ čistog srebra i 300 grama antimona?

Rješenje:

$$G = \frac{(G - P)1\,000}{1\,000 - p} = \frac{300 \cdot 1\,000}{1\,000 - 750} = 1\,200$$

U promilnom računu više 1 000 računamo osnovnu veličinu na temelju poznate uvećane osnovne veličine za promilni dio $(G + P)$ i promila p i tada vrijede sljedeći razmjeri:



Promilni račun više 1 000.

$$G : 1\,000 = (G + P) : (1\,000 + p)$$

ili

$$P : p = (G + P) : (1\,000 + p).$$

Iz prvog razmjera može se dobiti osnovna (početna) veličina G , a iz drugog promilni dio odnosno vrijednost P za koju je uvećana osnovna veličina.

Zadatak 18. Nakon povećanja naknade za transakcije u banci „Skupa“ za 200 ‰ Petar je platio račun s naknadom 1 900 €. Koliki je bio račun, a kolika je bila plaćena naknada?

Rješenje:

$$G = \frac{(G + P)1\,000}{1\,000 + p} = \frac{1\,900 \cdot 1\,000}{1\,000 + 200} = 1\,583,33$$

Petar je platio račun u iznosu od 1 583,33 €.

$$P = (G + P) - G = 1\,900 - 1\,583,33 = 316,67$$

Iznos plaćene naknade za provedenu transakciju bila je 316,67 €.

Svi problemi promilnog računa mogu se rješavati i primjenom jednadžbi s jednom nepoznicom kao i kod postotka.

2.3. Primjena postotnog računa na obračun plaće

S osnovnim pojmovima vezanim uz obračun plaća upoznati ćemo se kroz zadatke.

Zadatak 19. Poslodavac za zaposlenika ima ukupne izdatke koji se zovu **bruto 2 plaća**. Bruto 2 plaća se dijeli na **bruto 1 plaću** i **izdatke za zdravstveno osiguranje** tako da izdatci za zdravstveno osiguranje iznose 16,5 % iznosa bruto 1 plaće. Ako je iznos bruto 2 plaće 2 330,00 €, odredite iznos bruto 1 plaće i iznos izdataka za zdravstveno osiguranje.

Rješenje:

Označimo iznos bruto 1 plaće sa x . Imamo:

$$\begin{aligned}x + 16,5 \% \cdot x &= 2330 \\1,165x &= 2330 \quad / : 1,165 \\x &= 2000\end{aligned}$$

Dakle, iznos bruto 1 plaće je 2 000 €, a iznos izdataka za zdravstveno osiguranje je $2330 - 2000 = 330$ €.

Zadatak 20. Bruto 1 plaća se dijeli na **dohodak** i na **izdatke za mirovinsko osiguranje** tako da izdatci za mirovinsko osiguranje iznose 20 % iznosa bruto 1 plaće. Ako dohodak iznosi 1 600,00 €, odredite iznos bruto 1 plaće i iznos izdataka za mirovinsko osiguranje.

Rješenje:

Označimo iznos bruto 1 plaće s x , po zadatku znamo da je 20 % tog iznosa izdatak za mirovinsko osiguranje, a ostatak od $100 \% - 20 \% = 80 \%$ je dohodak i on iznosi 1 600,00 € pa pišemo:

$$\begin{aligned}80 \% \cdot x &= 1600 / : 80 \% \\x &= \frac{1600}{80 \%} \\x &= \frac{1600}{0,8} \\x &= 2000\end{aligned}$$

Dakle, iznos bruto 1 plaće je $x = 2000$ €.

Zadatak 21. Dohodak se dijeli na **osobni odbitak** (neoporezivi dio dohotka) i **poreznu osnovicu** (oporezivi dio dohotka). Na poreznu osnovicu se plaća 15 % do 23,6 % **poreza na dohodak** (ovisno o jedinici lokalne samouprave). Ako dohodak ima iznos 1 600,00 €, osnovni osobni odbitak 560,00 €, a porezna stopa JLS je 20 %, odredite iznos porezne osnovice i poreza na dohodak.

Rješenje:

Porezna osnovica ima iznos $1600 - 560 = 1040$ € pa za porez na dohodak imamo $20 \% \cdot 1040 = 208$

Znači porez na dohodak ima iznos 208,00 €.

Zadatak 22. Ako grad Zagreb ima stopu od 23,6 % poreza na dohodak, dohodak ima iznos 1 600,00 €, a osobni odbitak 560,00 € odredite iznos **neto plaće** (iznos koji od dohotka ostane zaposleniku nakon plaćanja poreza na dohodak).

Rješenje:

Porez na dohodak ima iznos jednak 23,6 % od iznosa porezne osnovice a računamo ga

$$23,6 \% \cdot (1600 - 560) = 245,44$$

Znači da se porez na dohodak od dohotka plaća 245,44 € pa je iznos **neto plaće**
 $1600 - 245,44 = 1354,56$ €.

Zadatak 23. Ako je iznos bruto 2 plaće 2 330,00 €, a iznos neto plaće 1 392,00 €, koliki postotak izdataka poslodavca čini neto plaća radnika, a koliki plaća državi?

Osnovni osobni odbitak, porez 20%



Rješenje:

Udio iznosa neto plaće u iznosu bruto 2 plaće je

$$\frac{1392}{2330} = 0,59743 = 59,74 \%$$

a udio koji poslodavac plaća državi je

$$100 \% - 59,743 \% = 40,26 \%$$

Zadatak 24. Ako je iznos bruto 2 plaće 2 330,00 €, iznos izdataka za zdravstveno osiguranje 16,5 % bruto 1 plaće, porez na dohodak 20 % i osobni odbitak

- a) 840,00 € (za jedno dijete)
- b) 1232,00 € (za dvoje djece)
- c) 1792,00 € (za troje djece)

Odredite iznos bruto 1 plaće, izdataka za zdravstveno i mirovinsko osiguranje, porezne osnovice, vrijednost poreza na dohodak te iznos neto plaće.

Rješenje:

Iznos bruto 2 plaće i stope su iste kao u prethodnim zadacima pa su bruto 1 plaća i izdaci za zdravstveno i mirovinsko osiguranje jednaki. Bruto 1 plaća ima iznos 2 000,00 €, izdaci za zdravstveno osiguranje 330,00 €, a za mirovinsko 400,00 € u svakom od podzadataka.

a) Poreznu osnovicu dobijemo tako da od dohotka oduzmemo osobni odbitak pa je iznos porezne osnovice $1600 - 840 = 760,00$ €.

Jedno dijete, porez 20%



Vrijednost poreza na dohodak je 20 % od vrijednosti porezne osnovice

$$20\% \cdot 760 = 152,00$$

Znači da porez na dohodak ima iznos 152,00 €.

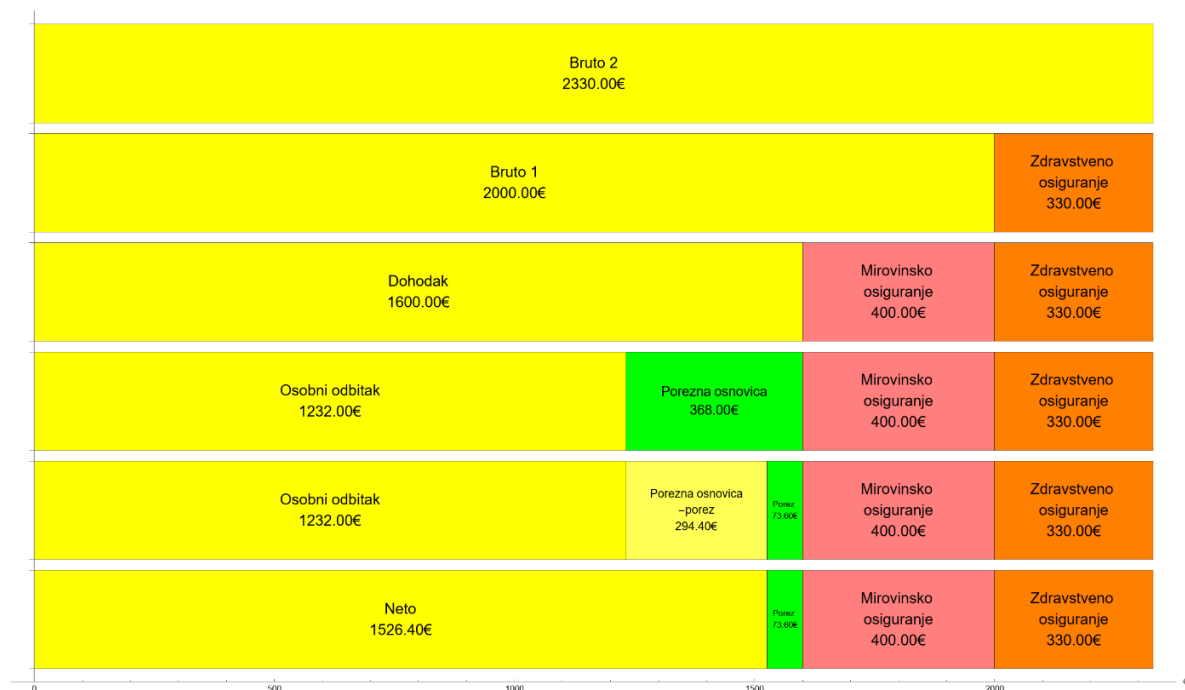
Neto plaću dobijemo tako da od dohotka oduzmemo iznos poreza na dohodak pa je iznos neto plaće $1600 - 152 = 1448,00$ €.

b) Iznos porezne osnovice je $1600 - 1232 = 368,00$ €.

Iznos poreza na dohodak je $20\% \cdot 368 = 73,60$ €.

Iznos neto plaće je $1600 - 73,6 = 1526,40$ €.

Dvoje djece, porez 20%



Postotni i promilni račun

c) Osobni odbitak ima iznos 1792,00 € što je više od iznosa dohotka od 1600,00 €. Kako porezna osnovica ne može biti negativna, ona ima iznos 0 €.

Iznos poreza na dohodak je $20\% \cdot 0 = 0,00$ €.

Iznos neto plaće je $1600 - 0 = 1600,00$ €.

Troje djece, porez 20%



Zadatak 25. (Prepoznavanje financijskih podataka) Svakog mjeseca Anina plaća uplaćuje se na njen bankovni račun. Ovo je potvrda o plaći za kolovoz:

MATKO d.o.o.

Ulica Nikole Tesle 14

Virovitica

OBRAČUNSKA ISPRAVA ZA ISPLATU PLAĆE-NAKNADE ZA RAZDOBLJE: kolovoz 2023.

Ana Anić

Radno mjesto: voditelj prodaje

Bruto plaća:	1 887 EUR
--------------	-----------

Odbici:	653 EUR
---------	---------

Neto plaća:	1 234 EUR
-------------	-----------

Dosad bruto plaća za ovu godinu:	15 096 EUR
----------------------------------	------------

Koji iznos je Anini poslodavac uplatio na njen tekući račun 31. kolovoza 2023. godine?

- a) 653 EUR
- b) 1 234 EUR
- c) 1 887 EUR
- d) 15 096 EUR

Rješenje: b) 1 234 EUR

Zadatak 26. Svakog mjeseca Anina plaća uplaćuje se na njen bankovni račun. Ovo je potvrda o plaći za kolovoz:

MATKO d.o.o. Ulica Nikole Tesle 14 Virovitica	
OBRAČUNSKA ISPRAVA ZA ISPLATU PLAĆE-NAKNADE ZA RAZDOBLJE: kolovoz 2023. Ana Anić	
Radno mjesto: voditelj prodaje	
Bruto plaća:	1 887 EUR
Odbici:	653 EUR
Obustave:	150 EUR
Neto plaća:	1 084 EUR
Dosad bruto plaća za ovu godinu:	15 096 EUR

Koliko ukupno novca Ana uplaćuje za mirovinsko osiguranje, porez na dohodak i prirez?

- a) 150 EUR
- b) 653 EUR
- c) 1 084 EUR
- d) 1 887 EUR

Rješenje: b) 653 EUR

2.4. Kalkulacije

Kalkulacija je proces računanja ili procjene vrijednosti, troškova, cijena ili drugih financijskih pokazatelja. Kalkulacija se često odnosi na detaljan izračun troškova proizvodnje, rada, materijala i drugih troškova povezanih sa proizvodnjom ili pružanjem usluge. Cilj kalkulacije je izračunavanje odgovarajuće prodajne cijene proizvoda i/ili usluge temeljem kalkulacije troškova, konkurencije na tržištu i percepcije vrijednosti kod potrošača.

Ključni aspekti kalkulacije kod izračuna troškova uključuju direktne i indirektne troškove. Direktni troškovi su troškovi koji se mogu izravno povezati s proizvodnjom, kao što su materijali i rad. Indirektni troškovi su opći troškovi koji nisu direktno povezani s proizvodnjom, kao što su administrativni troškovi, troškovi najma, energije itd.

Kod analiza profitabilnosti kalkulacija se koristi za utvrđivanje marže profita, analizirajući razliku između troškova proizvodnje i/ili usluge i prodajne cijene.

U suštini, kalkulacija je temeljni alat u menadžmentu i financijama koji omogućava poslovnim subjektima da efikasno upravljaju svojim resursima i maksimiziraju svoju profitabilnost.

Kod korištenja kalkulacija u ugostiteljstvu važno je znati normative, odnosno, unaprijed utvrđenu vrstu i količinu namirnica ili pića potrebnih za pripremanje određenog jela prema propisanom receptu. Isto tako potrebno je na temelju svih ostalih troškova (režije, energija, plaće radnika, amortizacija i sl.) odrediti maržu.

Zadatak 27. Izračunajte prodajnu cijenu palačinki (s PDV-om) za jednu osobu, ako je marža 450 %, PDV 25 % po normativu za 5 obroka s cijenama:

Namirnice	Jedinica mjere	količina	Jedinična cijena
Brašno	kg	0,5	0,76 €
Mlijeko	kg	0,25	1,02 €
Jaja	komad	2	0,25 €
Ulje	l	0,01	1,39 €
UKUPNO:			

Rješenje:

Namirnice	Jedinica mjere	količina	Jedinična cijena	Cijena utroška
Brašno	kg	0,5	0,76 €	0,38 €
Mlijeko	kg	0,25	1,02 €	0,255 €
Jaja	komad	2	0,25 €	0,5 €
Ulje	l	0,01	1,39 €	0,0139 €
UKUPNO:				1,15 €

Cijena za 5 obroka:

$$\text{marža: } 1,15 \cdot \frac{450}{100} = 5,18 \text{ €}$$

$$\text{prodajna cijena: } 1,15 + 5,18 = 6,33 \text{ €}$$

$$\text{PDV: } 6,33 \cdot \frac{25}{100} = 1,58 \text{ €}$$

$$\text{Prodajna cijena s PDV-om: } 6,33 + 1,58 = 7,91 \text{ €}$$

$$\text{Cijena jedne palačinke: } 7,91 : 5 = 1,58 \text{ €}$$

Prodajna cijena jedne palačinke je 1,58 €.

Zadatak 28. Izračunajte prodajnu cijenu (s porezom) koktela Cuba Libre ako je marža 10 €, PDV 25 %, porez na potrošnju 3,5 % i normativ s cijenama:

Namirnice	Jedinica mjere	količina	Jedinična cijena
Rum	L	0,05 L	10,99 €
Sok od limuna	L	0,01 L	5,98 €
Coka-Cola	L	0,02 L	1,40 €
Led	L	0,12 L	0,5 €
			UKUPNO:

Rješenje:

Namirnice	Jedinica mjere	količina	Jedinična cijena	Cijena utroška
Rum	L	0,05 L	10,99 €	0,55 €
Sok od limuna	L	0,01 L	5,98 €	0,06 €
Coka-Cola	L	0,02 L	1,40 €	0,03 €
Led	L	0,12 L	0,5 €	0,06 €
			UKUPNO:	0,70 €

prodajna cijena: $0,70 + 10 = 10,70$ €

PDV: $10,70 \cdot \frac{25}{100} = 2,68$ €

Prodajna cijena s PDV-om: $10,70 + 2,68 = 13,38$ €

Porez na potrošnju: $10,70 \cdot \frac{3,5}{100} = 0,37$ €

Prodajna cijena s porezom: $13,38 + 0,37 = 13,75$ €

Prodajna cijena koktela Cuba Libre s porezima je 13,75 €.

Istražite kroz projekte:

Primjena postotka u analizi turističkih podataka: prikupite i analizirajte podatke o inozemnim i domaćim turistima u Republici Hrvatskoj. Koristite postotne izračune za usporedbu turističkih trendova tijekom različitih godina i sezona.

Postotni račun u poreznom sustavu: istražite kako se postotci koriste u izračunavanju različitih vrsta poreza. Prikupite primjere iz stvarnog poreznog sustava i analizirajte kako postotni račun utječe na porezne obveze građana i poduzeća.

Edukacijski video materijali o postotcima: kreirajte seriju edukativnih videa koji objašnjavaju osnove postotnog računa i njegovu primjenu u različitim poljima kao što su financije, trgovina, statistika, i svakodnevni život. Cilj je da videomaterijali budu interaktivni, zanimljivi i lako razumljivi.

Primjena postotka u procjeni rasta gospodarstva: istražite kako se postotni račun koristi za procjenu rasta bruto domaćeg proizvoda i drugih ekonomskih pokazatelja. Cilj je dublje razumijevanje makroekonomskih koncepata i njihovih praktičnih primjena.

Procjena učinkovitosti marketinških kampanja u ruralnom turizmu: analizirajte marketinške kampanje u ruralnom turizmu i njihovom učinkovitosti, mjerenoj postotnom promjenom u broju rezervacija ili upita. Pratite promjene prije i nakon kampanja te predložite strategiju za poboljšanje marketinških napora.



Zaokruži točan ponuđeni odgovor na postavljeno pitanje:

1. Što je postotak?
 - a) Razlomak s brojnikom 1 i nazivnikom 10.
 - b) Razlomak s brojnikom 1 i nazivnikom 100.
 - c) Razlomak s brojnikom 10 i nazivnikom 1.
2. Kako se računa postotak nekog broja?
 - a) Množenjem broja s 100.
 - b) Dijeljenjem broja s 100.
 - c) Dodavanjem 100 na broj.
3. Što predstavlja osnovna vrijednost u postotnom računu?
 - a) Postotni dio.
 - b) Postotak.
 - c) Ukupna količina od koje se računa postotak.
4. Kako se računa osnovna veličina G ako je poznat postotni dio P ?
 - a) $G = P \cdot 100$.
 - b) $G = \frac{(P \cdot 100)}{p}$.
 - c) $G = \frac{P}{p}$.
5. Kada koristimo račun 'niže od sto'?
 - a) Kada računamo umanjeње cijene.
 - b) Kada računamo povećanje cijene.
 - c) Kada računamo prosječnu cijenu.
6. Što je promil?
 - a) Razlomak s brojnikom 1 i nazivnikom 10.
 - b) Razlomak s brojnikom 1 i nazivnikom 1000.
 - c) Razlomak s brojnikom 10 i nazivnikom 1.
7. Kako se izračunava osnovna veličina u promilnom računu?
 - a) $G = \frac{(P \cdot 1000)}{p}$.
 - b) $G = \frac{(P \cdot 100)}{p}$.
 - c) $G = \frac{P}{p}$.
8. Kako se računa postotak povećanja cijene?
 - a) $p = \frac{P \cdot 100}{G}$.
 - b) $p = \frac{G}{P \cdot 100}$.
 - c) $p = \frac{P}{G}$.

9. Kada koristimo račun 'više od sto'?
 - a) Kada računamo umanjeње cijene.
 - b) Kada računamo povećanje cijene.
 - c) Kada računamo prosječnu cijenu.
10. Kako se izračunava početna cijena nakon sniženja?
 - a) $Početna\ cijena = \frac{nova\ cijena \cdot 100}{100 - p}$
 - b) $Početna\ cijena = \frac{nova\ cijena \cdot 100}{100 + p}$
 - c) $Početna\ cijena = \frac{nova\ cijena}{100 - p}$
11. Što predstavlja p u postotnom računu?
 - a) Osnovnu veličinu.
 - b) Postotni dio.
 - c) Postotak.
12. Kako se izračunava početna cijena nakon povećanja?
 - a) $Početna\ cijena = \frac{nova\ cijena \cdot 100}{100 - p}$
 - b) $Početna\ cijena = \frac{nova\ cijena \cdot 100}{100 + p}$
 - c) $Početna\ cijena = \frac{nova\ cijena}{100 + p}$
13. Kako se izračunava promilni dio?
 - a) $P = \frac{G \cdot p}{1000}$
 - b) $P = \frac{G}{p \cdot 1000}$
 - c) $P = \frac{G \cdot 1000}{p}$
14. Koja je razlika između postotka i promila?
 - a) Postotak se koristi za veće vrijednosti, a promil za manje.
 - b) Postotak se koristi u financijama, a promil u znanosti.
 - c) Postotak ima nazivnik 100, a promil 1000.
15. Kako se računa promil?
 - a) Dijeljenjem broja s 100.
 - b) Dijeljenjem broja s 1000.
 - c) Množenjem broja s 1000.
16. Što označava G u postotnom računu?
 - a) Postotni dio.
 - b) Postotak.
 - c) Osnovna veličina.
17. Kada koristimo promilni račun više od 1000?
 - a) Kod smanjenja cijene.
 - b) Kod povećanja cijene.
 - c) Kod izračuna prosječnih vrijednosti.

18. Što je potrebno za izračunavanje početne cijene nakon sniženja?
- Znati sniženu cijenu i postotak sniženja.
 - Znati početnu cijenu i postotak sniženja.
 - Znati samo postotak sniženja.
19. Koja je formula za izračunavanje početne cijene nakon povećanja?
- Početna cijena = $\frac{\text{nova cijena} \cdot 100}{100 + p}$
 - Početna cijena = $\frac{\text{nova cijena} \cdot 1000}{1000 + p}$.
 - Početna cijena = $\frac{\text{nova cijena}}{100 + p}$.
20. Za što se koristi postotni račun u ekonomiji?
- Za izračunavanje brzine rasta.
 - Za analizu podataka i izračun poreza.
 - Za određivanje temperature.
21. Što je potrebno za izračunavanje početne cijene nakon povećanja?
- Znati povećanu cijenu i postotak povećanja.
 - Znati početnu cijenu i postotak povećanja.
 - Znati samo postotak povećanja.
22. Kako se izračunava promil p ?
- $p = \frac{P \cdot 1000}{G}$.
 - $p = \frac{G}{P \cdot 1000}$.
 - $p = \frac{P}{G \cdot 1000}$.
23. Kada koristimo promilni račun niže od 1000?
- Kod smanjenja cijene.
 - Kod povećanja cijene.
 - Kod izračuna prosječnih vrijednosti.
24. Za što se koristi razmjer $G : 100 = P : p$ u postotnom računu?
- Za izračunavanje postotka.
 - Za izračunavanje osnovne veličine.
 - Za izračunavanje postotnog dijela.

Dopunite rečenice:

25. Jedan postotak (%) je definiran kao razlomak s brojnikom 1 i nazivnikom _____.
26. Glavna razlika između postotka i promila leži u nazivniku; za postotni račun nazivnik je _____, dok je za promilni račun nazivnik _____.
27. Mediji često koriste postotak za izvješćavanje o broju _____ turista u nekoj zemlji.
28. Ekonomisti koriste postotak za analizu podataka kao što je kretanje _____ domaćeg proizvoda.
29. Trgovci računaju porez na dodanu vrijednost (PDV) kao postotak _____ cijene proizvoda.



- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. b | 6. b | 11. c | 16. c | 21. a |
| 2. b | 7. a | 12. b | 17. b | 22. a |
| 3. c | 8. a | 13. a | 18. a | 23. a |
| 4. b | 9. b | 14. c | 19. a | 24. b |
| 5. a | 10. a | 15. b | 20. b | |
25. Jedan postotak (%) je definiran kao razlomak s brojnikom 1 i nazivnikom 100.
26. Glavna razlika između postotka i promila leži u nazivniku; za postotni račun nazivnik je 100, dok je za promilni račun nazivnik 1000.
27. Mediji često koriste postotak za izvještavanje o broju inozemnih turista u nekoj zemlji.
28. Ekonomisti koriste postotak za analizu podataka kao što je kretanje bruto domaćeg proizvoda.
29. Trgovci računaju porez na dodanu vrijednost (PDV) kao postotak nabavne cijene proizvoda.



1. Izračunaj 15 % od 2 350 €.

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati 15 % od 2350, te navedi barem dvije moguće provjere rezultata (npr. inverznom operacijom). Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

2. Od kojeg broja je 15 % 1 500 €.

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati od kojeg je broja 15 % jednako 1 500 te navedi barem dvije moguće provjere rezultata (npr. inverznom operacijom). Kako razmišljati o sličnim zadacima? Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

3. Koliko posto je 1 500 € od 6 000 €.

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati koliko posto je 1 500 € od 6 000 € te navedi barem dvije moguće provjere rezultata (npr. inverznom operacijom). Kako razmišljati o sličnim zadacima? Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

4. Prodajna cijena neke robe na kraju godine bila je 1 000 €. Kolika je bila prodajna cijena robe na početku godine ako se ona tijekom godine triput mijenjala i to ovako: povećana je za 10 %, a zatim smanjena za 15 % i nakon toga povećana za 20 % u odnosu na prethodnu cijenu.

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati početnu prodajnu cijenu robe ako je na kraju godine iznosila 1 000 €, pri čemu je cijena najprije povećana za 10 %, potom smanjena za 15 % i naposljetku ponovno povećana za 20 % u odnosu na prethodnu vrijednost. Postoji li više načina rješavanja ovog zadatka? Navedi i objasni ako ima više načina? Na koji način provjeriti točnost izračuna? Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao. Na koji način si rješavao zadatak?

5. Cijena jednog proizvoda je povišena za 15 %. Tržna inspekcija naređuje da se cijena vrati na početnu. Za koji postotak trgovac treba smanjiti novu cijenu?

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati postotak smanjenja cijene koja je dobivena na temelju povećanja cijene za 15 %. Postoji li više načina rješavanja ovog zadatka? Navedi i objasni ako ima više načina? Na koji način provjeriti točnost izračuna? Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao. Na koji način si rješavao zadatak?

6. Ako restoran „Hedonista“ smanji veličinu porcije jela za 15 % zbog povećanja troškova, za koliko posto treba smanjiti cijenu da bi omjer cijene i veličine porcije ostao isti?

Prompt: *Objasni korak po korak kako odrediti postotak smanjenja cijene jela u restoranu „Hedonista“ ako je veličina porcije smanjena za 15 %, tako da omjer cijene i porcije ostane nepromijenjen.. Postoji li više načina rješavanja ovog zadatka? Navedi i objasni ako ima više načina? Na koji način provjeriti točnost izračuna? Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alata s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao. Na koji način si rješavao zadatak?

7. Pretpostavimo da poduzeće „Vege“ ima dvije linije proizvoda: gotove hrane s maržom dobiti od 25 % i godišnjim prihodom od 150 000 € te zaleđenog povrća s maržom dobiti od 15% i godišnjim prihodom od 350 000 €. Izračunajte ukupnu maržu dobiti poduzeća od ovih proizvoda.

Uputa:

Ukupna Marža Dobiti=((Ukupni Prihodi od Proizvoda X i Y) ·100)/Dobit od Proizvoda X+Dobit od Proizvoda Y

gdje je:

Dobit od Proizvoda X = Prihodi od Proizvoda X · Marža Dobiti Proizvoda X / 100

Dobit od Proizvoda Y = Prihodi od Proizvoda Y · Marža Dobiti Proizvoda Y / 100

Ukupni Prihodi od Proizvoda X i Y = Prihodi od Proizvoda X + Prihodi od Proizvoda Y

Prompt: *Objasni kako izračunati ukupnu maržu dobiti poduzeća „Vege“ koje ima dvije linije proizvoda: gotove hrane s maržom od 25 % i prihodom od 150 000 €, te zaleđenog povrća s maržom od 15 % i prihodom od 350 000 €. Pokaži kako prvo izračunati dobit svake linije proizvoda i potom primijeniti formulu za ukupnu maržu dobiti. Objasni postavljanje formula za dobiti od pojedinačnih proizvoda, zbrajanje prihoda i dobitaka te konačnu računicu ukupne marže. Na kraju, provjeri točnost rezultata usporedbom pojedinačnih iznosa i rezultata ukupne marže. Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao. Na koji način si rješavao zadatak?



Zadaci za vježbu

1. Broj novorođenčadi u nekom gradu iznosi 2 418 što je povećanje za 7.5 ‰ u odnosu na prošlu godinu. Koliko je djece rođeno prošle godine?
2. Ako se cijena cipela poveća za 20 ‰, a zatim smanji za 30 ‰, za koliko posto se smanjila prvobitna cijena?
3. Cijena jednog proizvoda je povišena za 25 ‰. Tržna inspekcija naređuje da se cijena vrati na početnu. Za koji postotak trgovac treba smanjiti novu cijenu?
4. Prodajna cijena neke robe na kraju godine bila je 600 €. Kolika je bila prodajna cijena robe na početku godine ako se ona tijekom godine triput mijenjala i to ovako: povećana je za 20 ‰, a zatim smanjena za 10 ‰ i nakon toga povećana za 15 ‰ u odnosu na prethodnu cijenu.
5. Prodajna cijena neke robe na kraju godine bila je 600 €. Kolika je bila prodajna cijena robe na početku godine ako se ona tijekom godine triput mijenjala i to ovako: smanjena je za 20 ‰, a zatim povećana za 10 ‰ i nakon toga povećana za 15 ‰ u odnosu na prethodnu cijenu?
6. U jednom pogonu ukupni fiksni troškovi iznosili su u obračunskom razdoblju 10 000 €, a to je 80 ‰ ukupnih troškova pogona. Koliki su bili ukupni troškovi pogona, a koliki ukupni varijabilni troškovi pogona? (Napomena: Ukupni troškovi jednaki su zbroju ukupnih varijabilnih i ukupnih fiksnih troškova.)
7. Prodajna cijena proizvoda smanjena je za 20 ‰, odnosno za 4 000 €. Kolika je bila cijena proizvoda prije, a kolika poslije sniženja?
8. Agencija za nekretnine uzima 0,8 ‰ provizije od iznosa koji kupac plati za nekretninu vlasniku. Ako vlasnik nekretnine želi od prodaje zaraditi 100 000 €, koliki iznos treba tražiti od kupca? Koliki je iznos provizije agencije za nekretnine?
9. Tvrtka planira povećati dobit za 25 ‰, dok će troškovi porasti za 15 ‰. Kako će se promijeniti omjer dobiti i troškova?
10. Ako je iznos bruto 1 plaće 1 500,00 €, izračunajte iznos izdataka za mirovinsko osiguranje.
11. Ako zaposlenih prima bruto 1 plaću u iznosu od 1 300,00 €, izračunajte iznos bruto 2 plaće.
12. Izračunajte dohodak i poreznu osnovicu ako je iznos bruto 1 plaće 1 500,00 €, a osobni odbitak 530,90 €.
13. Izračunajte poreznu osnovicu ako je iznos bruto 1 plaće 1 500,00 €, a osobni odbitak 1 559,51 € (za troje djece).
14. Za poreznu osnovicu iznosa 845,00 € izračunajte porez na dohodak.
15. Za bruto 1 plaću iznosa 3 000,00 € i osobni odbitak 763,17 € izračunajte iznos neto i bruto 2 plaće.

16. Ako je bruto domaći proizvod (BDP) neke zemlje porastao s 500 milijardi € na 550 milijardi € u jednoj godini, za koliki postotak je BDP porastao?
17. Prošle godine prosječna cijena košarice dobara iznosila je 200 €. Ove godine ista košarica košta 220 €. Kolika je stopa inflacije izražena u postocima?
18. Ako je tržišna kapitalizacija poduzeća porasla s 2 milijarde € na 2,5 milijarde €, za koliki je postotak porasla tržišna kapitalizacija?
19. Ako je cijena usisivača bez PDV-a 100 €, a PDV iznosi 20 %, kolika je ukupna cijena proizvoda s PDV-om?
20. Prodajna cijena tipkovnice je snižena s 50 € na 40 €. Za koliki postotak je snižena cijena proizvoda?
21. Ako je broj posjetitelja ruralnog turističkog odredišta „Dunav“ porastao s 10 000 na 12 000 posjetitelja godišnje, za koliki postotak je povećan broj?
22. Ako 800 od 1 000 gostiju koristi *online* rezervacijski sustav za bukiranje smještaja u hotelu Virovitica, koliki je postotak gostiju koji koriste ovaj sustav?
23. Ako ruralni smještaj „Kod Mate“ poveća svoj kapacitet s 10 na 15 soba, za koliki postotak je povećan kapacitet smještaja?
24. Ako je nakon provedene marketinške kampanje zabilježen porast prodaje od 25 %, a ukupna investicija u kampanju bila je 10 000 €, koliki je postotak povrata investicije, ako je ukupni porast prodaje iznosio 15 000 €?
25. Ako se uvođenjem novog informatičkog sustava za upravljanje operativnim procesima troškovi smanje s 20 000 € na 17 000 € godišnje, za koliki postotak su smanjeni troškovi?
26. Ako informatički menadžer poveća kapacitet poslužitelja s 100 na 150 terabajta, za koliko posto treba povećati propusnost mreže kako bi održao istu razinu performansi?
27. Ako je ukupni budžet za marketinšku kampanju 10 000 € i 40 % budžeta je namijenjeno digitalnom marketingu, koliko novca je dodijeljeno za druge marketinške aktivnosti?
28. Ako restoran „Matko“ smanji veličinu porcije jela za 20 % zbog povećanja troškova, za koliko posto treba smanjiti cijenu da bi omjer cijene i veličine porcije ostao isti?
29. Ako tvrtka „Alfa“ isplaćuje dividendu od 4 € po dionici, a tržišna cijena dionice je 80 €, koliki je postotak dividende u odnosu na cijenu dionice?
30. Pretpostavimo da je ukupni godišnji prihod tvrtke „Pecunia“ 200 000 €. Ako je neto dobit tvrtke 50 000 €, izračunajte postotak neto dobiti od ukupnog prihoda.
31. Prodaja proizvoda A u prvom kvartalu iznosila je 10 000 jedinica, a u drugom kvartalu 12 000 jedinica. Objasnite što znači promjena prodaje u postocima između ova dva kvartala.
32. Hotel „Requies perfecta“ je u lipnju imao 75 % popunjenosti s ukupno 100 soba. U srpnju, popunjenost je porasla na 90 %. Izračunajte koliko je više soba bilo popunjeno u srpnju u usporedbi s lipnjem.
33. Tvrtka „Augmentum“ je povećala svoju prodaju s 150 000 € u prvom kvartalu na 180 000 € u drugom kvartalu. Troškovi su u istom razdoblju porasli s 100 000 €

na 120 000 €. Analizirajte kako se promijenila marža dobiti u postotcima između ova dva kvartala.

34. Pretpostavimo da poduzeće „Cibus“ ima dvije linije proizvoda, a to su gotove hrane s maržom dobiti od 25 % i godišnjim prihodom od 200 000 € te zaleđenog povrća s maržom dobiti od 15% i godišnjim prihodom od 300 000 €. Izračunajte ukupnu maržu dobiti poduzeća od ovih 5 proizvoda.

Uputa:

$$\text{ukupna marža dobiti} = \frac{(\text{ukupni prihodi od proizvoda X i Y}) \cdot 100}{\text{dobit od proizvoda X} + \text{dobit od proizvoda Y}}$$

gdje je:

$$\text{dobit od proizvoda X} = \text{prihodi od proizvoda X} \cdot \frac{\text{marža dobiti proizvoda X}}{100}$$

$$\text{dobit od proizvoda Y} = \text{prihodi od proizvoda Y} \cdot \frac{\text{marža dobiti proizvoda Y}}{100}$$

Ukupni prihodi od proizvoda X i Y = prihodi od proizvoda X + prihodi od proizvoda Y

35. Tvrtka „Prima“ ima neto dobit od 40 000 € na prihode od 500 000 €, dok tvrtka „Secunda“ ima neto dobit od 60 000 € na prihode od 800 000 €. Procijenite koja tvrtka ima bolju financijsku učinkovitost na temelju postotka neto dobiti (dobit=ukupni prihodi–ukupni troškovi) i objasnite zašto.

36. Marko je kupio neku količinu Bitcoina u nedjelju navečer za 500 EUR (pretpostavimo da je promjena za ponedjeljak upravo promjena vrijednosti kupljenog Bitcoina). Od ukupnog uloga broker uzima 2% uložene vrijednosti. U tablici je dnevna promjena vrijednosti Bitcoina izražena u postotku vrijednosti Bitcoina prethodnog dana. Izračunajte vrijednost Bitcoina na kraju. Je li Marko zaradio ili je u gubitku nakon prikazanih 5 dana i koliko? Obrazložite.

Ponedjeljak	Utorak	Srijeda	Četvrtak	Petak
4.06	-6.33	-2.53	5.88	3.91



1. Prošle godine je rođeno 2 400 djece.
2. Prvobitna cijena smanjila se za 16 %.
3. Trgovac će vratiti cijenu proizvoda na početnu tako da je smanji za 20 %.
4. Prodajna cijena robe na početku godine bila je 483,09 €.
5. Prodajna cijena robe na početku godine je bila 592,89 €.
6. Ukupni troškovi pogona bili su 12 500 €, a ukupni varijabilni troškovi pogona bili su 2 500 €.
7. Cijena proizvoda prije sniženja bila je 20 000 €, a poslije sniženja 16 000 €.
8. Treba tražiti 100 806,45 €, a iznos provizije je 806,45 €.
9. Omjer će se povećati za 8,6957 %.
10. Iznos izdataka za mirovinsko osiguranje je 300,00 €.
11. Dohodak ima iznos 1 200,00 €, a porezna osnovica 669,10 €.
12. Porezna osnovica ima iznos 1 069,10 €, a porez na dohodak 213,82 €.
13. Porezna osnovica ima iznos 0,00 €.
14. Porez na dohodak ima iznos 169,00 €, a prirez 16,90 €.
15. Iznos neto plaće je 2030,07, a bruto 2 plaća ima iznos 3 495,00 €.
16. 10 %
17. 10 %
18. 25 %
19. 120 €
20. 20 %
21. 20 %
22. 80 %
23. 50 %
24. 150 %
25. 15 %
26. 50 %
27. 6 000 €
28. 20 %
29. 5 %
30. 25 %
31. 20 %
32. 15
33. Promjena marže dobiti između prvog i drugog kvartala: 0%. Ovo ukazuje na to da je, iako su se i prihodi i troškovi povećali, marža dobiti ostala ista.
34. Postotak neto dobiti za „Prima“: 8 %, postotak neto dobiti za „Secunda“: 7,5 %. Iako je „Secunda“ ostvarila veću neto dobit u apsolutnom iznosu, „Prima“ je zapravo bila učinkovitija u postizanju većeg postotka neto dobiti u odnosu na svoje prihode.
35. Vrijednost Bitcoina nakon učešća brokera: 490 EUR. Vrijednost po danima(EUR): 509,89; 477,62; 465,53; 492,91; 512,18

Rješenje uvodnog zadatka: sniženje; omjer; cent; porez; razlomak; poskupljenje; razmjer; geometrijski omjer; plaća

Rješenje osmosmjerke:

Z	T	N	J	E	M	J	E
E	C	E	L	N	Z	A	R
R	O	U	P	J	E	R	P
O	M	K	S	O	P	O	A
P	J	S	T	P	L	A	Ć
O	E	R	T	I	O	M	R
A	Z	L	O	K	S	J	E
R	E	A	M	A	J	I	R
N	J	N	S	K	M	E	T
E	Ž	I	G	E	O	K	



1. Matematička formula ili metodologija koja se koristi za rješavanje problema ili izvođenje određenih izračuna.
2. Svojstvo koje se može mjeriti ili kvantificirati.
3. Opisuju veze između dva ili više objekata ili veličina.
4. Proces određivanja vrijednosti, mjerenja ili rezultata kroz matematičke i logičke operacije.
5. Odnos između dviju ili više veličina koje se međusobno uspoređuju.
6. Grana matematike koja se bavi proučavanjem brojeva i osnovnih operacija s njima, kao što su zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje.
7. Nešto što je suprotno ili obrnuto u odnosu na neki drugi element ili operaciju.
8. Brojčana vrijednost koja može predstavljati količinu, vrijednost, veličinu ili stupanj nečega.
9. Društvena znanost koja proučava proizvodnju, distribuciju i potrošnju dobara i usluga.

[illegible]

Primjena trojnog pravila ključna je u poslovanju za učinkovito upravljanje resursima, razumijevanje tržišnih i operativnih dinamika te donošenje boljih poslovnih odluka. Proporcionalni odnosi su bitni u alokaciji IT resursa i u financijskom planiranju, dok obrnuto proporcionalni odnosi pomažu u optimizaciji cjenovnih strategija i analizi rizika. Trojno pravilo omogućava brze i točne procjene utjecaja promjena na različite varijable. Razumijevanje i znanje o proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama praktične su vještine za analizu i rješavanje složenih problema u stvarnom svijetu koje su potrebne studentima za njihovo daljnje obrazovanje i rad.



Ishodi učenja:

Razlikovati proporcionalne i obrnuto proporcionalne odnose.

Primijeniti pravilo trojno u zadanom zadatku.

Objasniti kako proporcionalni i obrnuto proporcionalni odnosi utječu na poslovne odluke i procese.

Koristiti proporcionalne, obrnuto proporcionalne odnose i trojno pravilo za rješavanje konkretnih poslovnih problema.

3. Trojno pravilo

Ljudi koji rade u znanosti, financijama i mnogim drugim područjima traže međusobne odnose određenih veličina. Postoji raznolika primjena proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti. Za određivanje nepoznatog četvrtog člana razmjera često se upotrebljava shematski postupak koji se naziva trojno pravilo. Trojno pravilo potječe od hinduističkih matematičara Brahmagupte (oko 628. godina poslije Krista) i Bhaskara (oko 1150. godine poslije Krista). U Europi se trojno pravilo primjenjuje od 15. stoljeća prije svega kod trgovaca. Engleski aritmetičar iz 17. stoljeća napisao je „Trojno pravilo obično se naziva zlatnim pravilom, i doista bi se tako moglo nazivati, jer kao što zlato nadilazi sve druge metale, tako ovo pravilo vlada svim ostalim u aritmetici“.

Kao i kod svih matematičkih zadataka tako i ovdje najvažnije je dobro pročitati zadatak i razumjeti algoritam (postupak) rješavanja. Primjena trojnog pravila je vrlo jednostavna. Za početak važno je prepoznati koje su veličine zadane u zadatku.

Istovjetne veličine prikazuju se jedna ispod druge, tj.

$$x_1 \quad y_1$$

$$x_2 \quad y_2$$



i strelicom se označava smjer od nepoznate veličine (npr. y_2),

$$\begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ \uparrow \end{array}$$

Upravno razmjerne ili proporcionalne veličine imaju široku primjenu u znanosti, ekonomiji, geografiji itd. Npr. iznos poreza na robu i usluge koji se plaća upravno je proporcionalna cijeni, iznos zarađene kamate tijekom određenog razdoblja proporcionalan je uloženom iznosu, trošak robe u eurima proporcionalan je njegovom trošku u funtama.

Ako su veličine x i y upravno razmjerne ili proporcionalne, tada se drugom strelicom označuje isti smjer kao u prvom

$$\begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \uparrow \quad \uparrow \end{array}$$



i tada se piše:

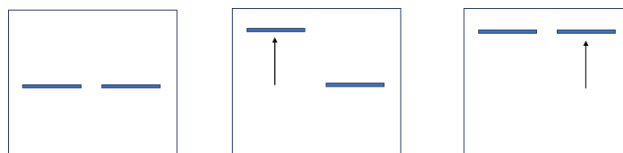
$$\begin{aligned} y_2 : y_1 &= x_2 : x_1 \\ y_2 \cdot x_1 &= y_1 \cdot x_2 \\ y_2 &= \frac{y_1 \cdot x_2}{x_1} \end{aligned}$$

Dvije veličine su u takvom odnosu da kada se jedna od njih udvostruči, udvostruči se i druga. Ukoliko se jedna upeterostruči, također se i druga ponaša na isti način, odnosno i ona se upeterostruči; ili, u koliko se jedna prepolovi i druga se, također, prepolovi. Drugim riječima, koliko puta je jedna veća, toliko puta je i druga veća; ili, koliko puta je jedna manja toliko puta je i druga manja.

Kod uspoređivanja dviju veličina u početku si možete pomoći vizualnim prikazom rukama pri tome je važno napomenuti izbjegavanje brojeva koji su zadani. Ukoliko su zadane veličine masa i cijena potrebno je ispričati priču koja opisuje problem i prikazati ga rukama. Povećanjem mase (podignemo lijevu ruku prema gore),



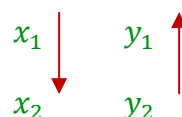
povećava se cijena (podignemo desnu ruku prema gore).



Pošto obje ruke idu u istom smjeru, prema gore, strelice u zadatku moraju biti jednake.

Obrnuto proporcionalne ili obrnuto razmjerne veličine koristimo u slučajevima kad jedna veličina raste, a druga pada. Npr. vrpce duljine 100 metara treba razdijeliti na 10 osoba, tada će svaka osoba dobiti 10 m vrpce. Ukoliko vrpce dijelimo na 20 osoba, svaka osoba će dobiti 5 m vrpce. Primijetimo da povećanjem broja osoba smanjuje se veličina u metrima koju će ta osoba dobiti. Obrnuto proporcionalne veličine su dani rada i broj radnika. Ako je jednom radniku potrebno 20 dana da odradi neki posao, onda će 2 radnika taj isti posao raditi 10 dana, a njih petero taj posao će raditi 4 dana, ako pretpostavimo da svi rade istom učinkovitosti. Odnosno, povećanjem broja radnika smanjuje se broj dana potrebnih da se odradi taj posao.

Ako su veličine x i y obrnuto razmjerne ili obrnuto proporcionalne, tada se naznačuje strelicom koja ima suprotan smjer u odnosu prema prvoj

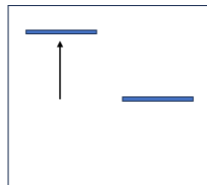


i tada se piše:

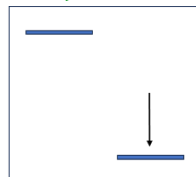
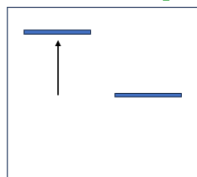
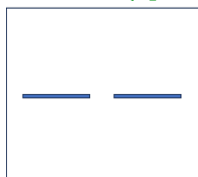
$$\begin{aligned} y_2 : y_1 &= x_1 : x_2 \\ y_2 \cdot x_2 &= y_1 \cdot x_1 \\ y_2 &= \frac{y_1 \cdot x_1}{x_2} \end{aligned}$$

Dvije veličine su u takvom odnosu da kada se jedna udvostruči druga se prepolovi i obrnuto, kad se jedna prepolovi druga se udvostruči. Drugim riječima vrijedi odnos „koliko puta više toliko puta manje, ili koliko puta manje toliko puta više“.

Ukoliko su zadane veličine dužina i širina možete ispričati priču popraćenu vizualnim prikazom rukama i pri tome izbjegavati zadane brojeve. Povećanjem dužine (podignemo lijevu ruku prema gore),



smanjuje se širina (spustimo desnu ruku prema dole).



Pošto ruke idu u različitom smjeru strelice u zadatku moraju biti različite.

Zadatak 1. 30 radnika uspije obojati 500 m² površine jedne zgrade. Koliko je radnika potrebno kako bi se obojilo 800 m² površine druge zgrade?

Rješenje:

radnici		površina (m ²)
30	↑	500
y	↑	800

$$y : 30 = 800 : 500$$

$$500y = 30 \cdot 800$$

$$y = \frac{24\,000}{500} = 48$$

Za bojanje druge zgrade potrebno je 48 radnika.

Zadatak 2. Koliko se kilograma jabuka može kupiti za 2 100,00 €, ako 4 500 kilograma košta 10 800,00 €?

Rješenje:

euri (€)		kilogrami (kg)
2 100,00	↓	y
10 800,00	↓	4 500



$$2\,100,00 : 10\,800,00 = y : 4\,500$$

$$10\,800,00 y = 4\,500 \cdot 2\,100,00$$

$$y = \frac{9\,450\,000}{10\,800} = 875$$

Za 2 100,00 € može se kupiti 875 kg jabuka.

Zadatak 3. Sušenjem 240 kg svježih šljiva dobije se 50 kg suhих.

- Koliko svježih šljiva treba ubrati za 90 kg suhих?
- Koliko se suhих šljiva dobije sušenjem 150 kg svježih?

Rješenje:

a)

svježe (kg)		suhe (kg)	
240	↑	50	↑
y		90	

$$y : 240 = 90 : 50$$

$$50y = 21\,600$$

$$y = 432$$

Treba ubrati 432 kg suhих šljiva.

b)

svježe (kg)		suhe (kg)	
240	↑	50	↑
150		y	

$$y : 50 = 150 : 240$$

$$240y = 7\,500$$

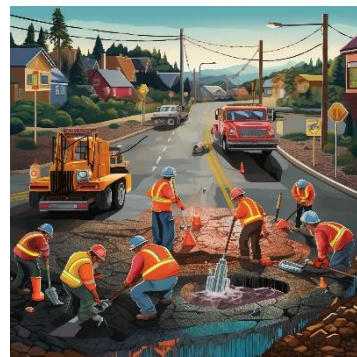
$$y = 31,25$$

Dobije se 31,25 kg suhих šljiva.

Zadatak 4. 30 radnika završi posao za 10 dana. Koliko je potrebno radnika kako bi isti posao bio završen za 6 dana?

Rješenje:

radnici		dani
30	↑	10
y		6



$$y : 30 = 10 : 6$$

$$6y = 300$$

$$y = 50$$

Da bi posao bio završen u 6 dana potrebno je 50 radnika.

Zadatak 5. Atletičar Jona trči brzinom od 20 km/h i stigne do cilja za 2 sata. Koliko mu treba vremena da stigne do cilja ako trči brzinom od 25 km/h?

Rješenje:

brzina (km/h)		sati (h)
20	↓	2
25		y

$$y : 2 = 20 : 25$$

$$25y = 40$$

$$y = 1,6 \text{ h}$$

Joni treba 1,6 h ili 1h i 36 min da stigne do cilja brzinom 25 km/h.

Za određivanje šeste, osme, desete... veličine, ako su poznate peta, sedma, deveta... veličina upotrebljava se također shematski postupak koji se naziva složeno trojno pravilo.



Istovjetne veličine pišu se jedna ispod druge te se označuje strelica od nepoznate veličine. Razmatraju se postupno i odvojeno po četiri veličine (u kojima je uvijek nepoznata veličina) i strelice se stavljaju u istom smjeru, odnosno u suprotnom smjeru od strelice uz nepoznatu veličinu, već prema tome jesu li upravo razmjerne ili obrnuto razmjerne.

Zadatak 6. Kanal dug 100 m i dubok 1 m izradilo je 50 radnika u 15 dana radeći 8h dnevno. Koliko bi radnika trebalo zaposliti kako bi se iskopao kanal dug 150 m i dubok 1,5 m u 20 dana, ako se dnevno radi po 9h?

Rješenje:

radnik		dug		dubok		dana		sati	
50	↑	100 m	↑	1 m	↑	15	↓	8	↓
y		150 m		1,5 m		20		9	

1. za dulji kanal (150 m) potrebno je više radnika (upravno razmjerne veličine)
2. za dublji kanal (1,5 m) potrebno je više radnika (upravno razmjerne veličine)
3. za veći broj dana (20 dana) potrebno je manje radnika (obrnuto razmjerne veličine)
4. za veći broj sati (9h) potrebno je manje radnika (obrnuto razmjerne veličine)

$$y : 50 = 150 : 100$$

$$1,5 : 1$$

$$15 : 20$$

$$8 : 9$$

$$y = \frac{50 \cdot 150 \cdot 1,5 \cdot 15 \cdot 8}{100 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 9} = 75$$

Potrebno je 75 radnika.

Zadatak 7. Obiteljskom gospodarstvu potrebno je 400 kg sjemena za polje koje je široko 25 m i dugačko 150 m. Koliko bi gospodarstvo trebalo nabaviti sjemena za polje dugačko 170 m i široko 40 m?

Rješenje:

kilogram (kg)		širina (m)		dužina (m)	
400	↑	25	↑	150	↑
x		40		170	

$$x : 400 = 40 : 25$$

$$170 : 150$$

$$x = \frac{400 \cdot 40 \cdot 170}{25 \cdot 150} = 725,33$$

Zadatak 8. Kanal dug 120 metara iskopa 60 radnika za 12 dana. Prva dva dana kopalo je 15 radnika, a sljedeća 4 dana 30 radnika. Koliko radnika bi trebalo zaposliti sljedećih 5 dana kako bi kanal bio iskopan?

Rješenje:

dužina (m)		radnik		dan	
120	↑	60	↑	12	↑
x		15		2	

$$x : 120 = 15 : 60$$

$$2 : 12$$

$$x = \frac{120 \cdot 15 \cdot 2}{60 \cdot 12} = 5$$

U prva dva dana iskopa se 5 m kanala.

dužina (m)		radnik		dan	
120 m	↑	60 radnika	↑	12 dana	↑
x_1		30 radnika		4 dana	

$$x_1 : 120 = 30 : 60$$

$$4 : 12$$

$$x_1 = \frac{120 \cdot 30 \cdot 4}{60 \cdot 12} = 20$$

U sljedeća četiri dana iskopa se 20 m kanala.

U prvih 6 dana iskopa se dakle 25 m kanala i ostalo je još 95 m.

dužina (m)		radnik		dan	
120	↑	60	↑	12	↓
95		y		5	

$$y : 60 = 95 : 120$$

$$12 : 5$$

$$y = \frac{60 \cdot 95 \cdot 12}{120 \cdot 5} = 114$$

Posljednjih 5 dana trebalo bi zaposliti 114 radnika.

Istražite kroz projekte:

Primjena trojnog pravila u stvarnom životu: primjena trojnog pravila na stvarne scenarije, kao što su izračunavanje poreza, kamata ili konverzije valuta. Kreirajte detaljne studije slučaja ili simulacije kako bi demonstrirali praktičnu primjenu trojnog pravila u svakodnevnom životu.

Vizualizacija proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti: kreirajte edukativne video-sadržaje koji objašnjavaju koncepte proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti koristeći trojno pravilo. Video treba sadržavati animacije i primjere koji pokazuju kako se trojno pravilo primjenjuje u različitim scenarijima, olakšavajući razumijevanje ovih matematičkih koncepta.

Trojno pravilo u različitim profesijama: projekt istražuje kako različiti profesionalci koriste trojno pravilo u svom radu, uključujući znanstvenike, financijske analitičare, geografe i druge. Potrebno je proučiti radove iz različitih područja i prezentirati svoja otkrića, ističući univerzalnu primjenjivost i važnost trojnog pravila.

Troškovna efikasnost u lancu opskrbe: istražite kako varijacije u volumenu nabave utječu na jedinične troškove i ukupne troškove, koristeći trojno pravilo. Cilj projekta je identificirati optimalne točke narudžbe i veličine serija proizvodnje kako bi se minimizirali troškovi i povećala profitabilnost.

Razvoj održivih cjenovnih modela: istražite kako različiti modeli cijena (npr. sezonske cijene, popusti za ranu rezervaciju) utječu na održivost ruralnog turizma. Cilj projekta je razviti cjenovne strategije koje uravnotežuju profitabilnost i održivost, uzimajući u obzir lokalne ekonomske i ekološke faktore.

Planiranje kapaciteta i skalabilnosti IT infrastrukture: analiza kako promjene u broju korisnika ili transakcija utječu na potrebe za IT infrastrukturom, koristeći trojno pravilo. Cilj je razviti skalabilne planove koji omogućuju tvrtki da efikasno upravlja svojim IT resursima, smanjujući troškove i poboljšavajući performanse sustava.





Zaokruži točan ponuđeni odgovor na postavljeno pitanje:

1. Što trojno pravilo omogućava u matematici?
 - a) Rješavanje jednadžbi.
 - b) Određivanje nepoznatog četvrtog člana razmjera.
 - c) Izračunavanje integrala.
2. Od kada se trojno pravilo primjenjuje u Europi?
 - a) Od 15. stoljeća.
 - b) Od 12. stoljeća.
 - c) Od 17. stoljeća.
3. Tko je bio jedan od prvih matematičara koji je razvio trojno pravilo?
 - a) Brahmagupta.
 - b) Bhaskara.
 - c) Euklid.
4. Kako se još naziva trojno pravilo prema engleskom aritmetičaru iz 17. stoljeća?
 - a) Bakrenim pravilom.
 - b) Zlatnim pravilom.
 - c) Srebrnim pravilom.
5. Kako se ponašaju dvije upravno proporcionalne veličine?
 - a) Ako se jedna povećava druga se smanjuje.
 - b) Ako se jedna povećava druga ostaje ista.
 - c) Koliko puta se jedna povećava toliko puta druga se povećava.
6. Što se događa s dvjema obrnuto proporcionalnim veličinama kada jedna raste?
 - a) Druga ostaje ista.
 - b) Druga također raste.
 - c) Druga opada.
7. Koji je primjer obrnuto proporcionalnih veličina?
 - a) Broj radnika i broj dana potrebnih za rad.
 - b) Broj radnika i metri iskopanog kanala.
 - c) Broj radnika i ukupna masa proizvoda.
8. Kako se mijenja širina ako se dužina povećava kod obrnuto proporcionalnih veličina?
 - a) Povećava se.
 - b) Ostaje ista.
 - c) Smanjuje se.
9. Koja je formula za izračunavanje nepoznate veličine u trojnom pravilu?
 - a) $y_2 = \frac{y_1 \cdot x_2}{x_1}$.
 - b) $y_2 = y_1 + x_2 - x_1$.
 - c) $y_2 = y_1 \cdot x_2 \cdot x_1$.

10. Što predstavlja složeno trojno pravilo?
 - a) Metodu za rješavanje jednostavnih razmjera.
 - b) Metodu za rješavanje složenih razmjera.
 - c) Metodu za rješavanje jednadžbi.
11. Kako se određuje smjer strelice kod proporcionalnih veličina?
 - a) U suprotnom smjeru.
 - b) U istom smjeru.
 - c) Nasumično.
12. Kakva je razlika u smjeru strelica za proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine?
 - a) Nema razlike.
 - b) Različite su. U slučaju proporcionalnosti pokazuju isti smjer, u slučaju obrnute proporcionalnosti pokazuju različite smjerove.
 - c) Strelice se pišu od gore prema dolje.
13. Kada se koristi složeno trojno pravilo?
 - a) Za određivanje parnih brojeva.
 - b) Za određivanje neparnih brojeva.
 - c) Za određivanje šeste, osme, desete ... veličine.
14. Kako trebate rasporediti veličine u tablici kako biste pravilno primijenili trojno pravilo?
 - a) Veličine koje opisuju isti pojam pišu se jedna pored druge.
 - b) Veličine koje opisuju isti pojam pišu se jedna iznad druge.
 - c) Veličine koje opisuju isti pojam pišu se u krug.
15. Što znači ako su u zadatku strelice različitog smjera?
 - a) Veličine su proporcionalne.
 - b) Veličine su obrnuto proporcionalne.
 - c) Veličine su upravno razmjerne.
16. Kako se vizualno prikazuje odnos između dužine i širine u primjeru obrnuto proporcionalnih veličina?
 - a) Povećanje dužine uz smanjenje širine.
 - b) Smanjenje obiju veličina.
 - c) Povećanje obiju veličina.
17. Koja je svrha korištenja trojnog pravila u matematici?
 - a) Za rješavanje linearnih jednadžbi.
 - b) Za rješavanje problema proporcionalnosti.
 - c) Za rješavanje dvije jednadžbe s dvije nepoznanice.
18. Kako se trojno pravilo primjenjuje u financijama?
 - a) Za izračun kamata.
 - b) Za procjenu rizika.
 - c) Za određivanje tečaja valuta.

19. Što omogućuje razumijevanje obrnute proporcionalnosti?
 - a) Predviđanje tržišnih trendova.
 - b) Rješavanje složenih matematičkih problema.
 - c) Razumijevanje veza između promjenjivih veličina.
20. Zašto se trojno pravilo smatra važnim u povijesti matematike?
 - a) Zbog njegove složenosti.
 - b) Zbog njegove univerzalne primjene.
 - c) Zbog njegove veze s teorijom brojeva.
21. Koji je primjer upotrebe trojnog pravila u svakodnevnom životu?
 - a) Priprema recepata.
 - b) Planiranje putovanja.
 - c) Uređenje interijera.

Dopunite rečenice:

22. Kada se jedna od dvije upravno proporcionalne veličine udvostruči, druga se _____.
23. Kod obrnuto proporcionalnih veličina, ako jedna veličina raste, druga _____.
24. Kada su veličine upravno razmjerne, strelice u zadatku su _____.
25. Ako su veličine x i y obrnuto razmjerne, tada strelice u zadatku moraju biti _____.
26. Kada se jedna od dvije obrnuto proporcionalne veličine udvostruči, druga se _____.
27. Primjer korištenja trojnog pravila u trgovini može biti izračunavanje _____.
28. Trojno pravilo je važno u znanosti i financijama jer omogućava razumijevanje _____ veličina.



- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------------|
| 1. b | 6. c | 11. b | 16. a | 21. a, b, c |
| 2. a | 7. a | 12. c | 17. b | |
| 3. a | 8. c | 13. c | 18. a | |
| 4. b | 9. a | 14. b | 19. c | |
| 5. c | 10. b | 15. b | 20. b | |
22. Kada jedna od dvije upravno proporcionalne veličine udvostruči, druga se također udvostruči.
23. Kod obrnuto proporcionalnih veličina, ako jedna raste, druga pada.
24. Kada su veličine upravno razmjerne, strelice u zadatku su u istom smjeru.
25. Ako su veličine x i y obrnuto razmjerne, tada strelice u zadatku moraju biti različite.
26. Kada se jedna od dvije obrnuto proporcionalne veličine udvostruči, druga se prepolovi.
27. Primjer korištenja trojnog pravila u trgovini može biti izračunavanje troškova.
28. Trojno pravilo je važno u znanosti i financijama jer omogućava razumijevanje međusobnih odnosa određenih veličina.



1. Ako 5 € stoji 3 kg jabuka, koliko košta 8,5 kg?

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati koliko košta 8,5 kg jabuka ako znamo da je 3 kg 5 €, te navedi barem dvije moguće provjere rezultata (npr. inverznom operacijom). Prikaži grafički zadatak.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

2. Ako 5 radnika okopa vinograd za 8 sati, za koliko sati će ga okopati 7 radnika?

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati koliko za koliko sati će okopati vinograd 7 radnika ako znamo da ga 5 radnika okopa za 8 sati, te navedi barem dvije moguće provjere rezultata (npr. inverznom operacijom). Zatim nacrtaj grafikon koji prikazuje obrnuto proporcionalnu ovisnost između broja radnika i broja dana potrebnih za obavljanje istog posla (funkcija oblika $y = k/x$) i objasni kako čitati tu vizualizaciju.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

3. Ako 5 radnika okopa vinograd za 8 sati. Nakon dva sata rada zaposlilo se još 3 radnika. Za koje vrijeme će okopati vinograd?

Prompt: *Objasni korak po korak kako izračunati za koliko sati će radnici okopati vinograd. Ako se zna da 5 radnika vinograd okopa za 8 sati, a nakon 2 sata zaposleno je još 3 radnika na istom poslu. Navedi moguće provjere rezultata (npr. inverznom operacijom). Zatim nacrtaj grafikon koji prikazuje obrnuto proporcionalnu ovisnost između broja radnika i broja dana potrebnih za obavljanje istog posla (funkcija oblika $y = k/x$) i objasni kako čitati tu vizualizaciju.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

4. Poljoprivredno poduzeće Orahovica ima vinograde koje je potrebno okopati. Kako bi se u 28 dana okopali svi vinogradi angažirano je 30 radnika. No, nakon 10 dana zaposlili su još 6 radnika. Za koliko dana je posao završen?

Prompt: *Objasni detaljno korak po korak kako izračunati koliko dana će biti potrebno da se okopaju svi vinogradi ako ih 30 radnika okopa u 28 dana, a nakon 10 dana im se pridruži još 6 radnika. Zatim nacrtaj grafikon koji prikazuje obrnuto proporcionalnu ovisnost između broja radnika i broja dana potrebnih za obavljanje istog posla (funkcija oblika $y = k/x$) i objasni kako čitati tu vizualizaciju.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao. Usporedite grafički prikaz koji ste dobili nakon pisanja prompta iz zadatka 3 i zadatka 4. Razlikuju se? Koja je razlika u promptu vezana za grafički prikaz?

5. Poljoprivredno poduzeće Orahovica ima vinograde koje je potrebno okompati. Kako bi se u 28 dana okopali svi vinogradi angažirano je 30 radnika. No, nakon 10 dana otišlo je 6 radnika na bolovanje. Za koliko dana je posao završen?

Prompt: *Objasni detaljno korak po korak kako izračunati koliko dana će biti potrebno da se okopaju svi vinogradi ako ih 30 radnika okopa u 28 dana, a nakon 10 dana je otišlo 6 radnika. Zatim nacrtaj grafikon koji prikazuje obrnuto proporcionalnu ovisnost između broja radnika i broja dana potrebnih za obavljanje istog posla (funkcija oblika $y = k/x$) i objasni kako čitati tu vizualizaciju.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

6. Kanal dug 900 m, dubok 3 m, širok 10 m iskopalo je 200 radnika za 25 dana, radeći 7 h dnevno. Koliko će dugačak kanal, dubine 4 m, širine 12 m, iskopati 300 radnika za 10 dana radeći 8 h dnevno?

Prompt: *Objasni korak po koraku kako izračunati koliko metara kanala dubine 4 m i širine 12 m mogu iskopati 300 radnika za 10 dana radeći 8 sati dnevno, uzimajući u obzir da su isti radnici (200) iskopali kanal duljine 900 m, dubine 3 m i širine 10 m za 25 dana po 7 sati dnevno. Postoji li neki drugi način rješavanja zadatka?*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.



Zadaci za vježbu:

1. Automobil treba za vožnju 24 litara benzina. Na početku vožnje brojač automobila pokazivao je 12 412 km, a na odredištu 12 732 km. Koliko benzina treba taj automobil za 350 km?
2. Ako za 3 m platna širine 1,20 m treba platiti 180 €, koliko treba platiti 5 m takvog platna širine 0.90 m?
3. Šest bagera po 180 kW može za 15 dana, radeći 8 h iskopati kanal dug 6 300 m, širok 3 m, dubok 4 m. Koliko dug kanal može iskopati 4 bagera po 160 kW ako rade 12 dana po 10 h i ako je kanal širok 4 m, dubok 2 m ? (uvjeti rada su isti)
4. Poljoprivrednoj zadruzi potrebno je 400 kg sjemena za polje koje je široko 25 m i dugačko 150 m. Koliko bi zadruga trebala nabaviti sjemena za polje dugačko 170 m i široko 40 m?
5. Kanal dug 1 000 m, dubok 3 m, širok 10 m iskopalo je 200 radnika za 50 dana, radeći 7 h dnevno. Koliko će dugačak kanal, dubine 4 m, širine 12 m, iskopati 300 radnika za 10 dana radeći 8 h dnevno?
6. Da bi se izradio bazen za kupanje dug 60 m, širok 20 m, dubok 3 m, potrebno je 30 radnika koji će raditi 25 dana po 8 h dnevno. Za koliko bi dana 50 radnika, izradilo bazen dug 50 m, širok 15 m, dubok 4 m, ako rade 10 h dnevno?
7. Pet djelatnika može za 10 dana, radeći 8 h dnevno završiti određeni posao. Koliko sati na dan treba raditi 10 djelatnika da bi posao završili za 4 dana, uz uvjet da su svi djelatnici jednakog učinka?
8. U razredu svijetli 12 žarulja 7 h dnevno, što se plati 4,43 €. Koliko treba platiti kada 10 žarulja svijetli 2 sata dnevno?
9. 18 osoba priljepi 120 000 etiketa na određene proizvode za 2 dana radeći osam sati dnevno. Koliko treba osoba da bi se priljepilo 60 000 etiketa na proizvode za 3 dana, radeći 6 sati dnevno ?
10. U nekom voćnjaku 10 radnika treba iskopati 2 000 rupa dubine 5 cm i širine 20 cm, radeći 20 dana po 8 sati dnevno. Koliko bi trebalo radnika da se iskopa 3 000 rupa dubine 60 cm, širine 30 cm, radeći 30 dana po 6 sati dnevno?
11. Ako cestu dugu 460 km i široku 3 m izgradi ekipa od 353 radnika radeći 51 dan po 8 sati dnevno, koliko dugu cestu široku 4 m može izgraditi ekipa od 489 radnika radeći 55 dana po 14 sati dnevno?
12. Ako cestu dugu 120 km i široku 3 m izgradi ekipa od 210 radnika radeći 38 dana po 10 sati dnevno, koliko dana treba za izgraditi cestu dugu 40,4 km i široku 9 m ekipi od 292 radnika koja radi 12 sati dnevno?
13. Ako cestu dugu 120 km i široku 8 m izgradi ekipa od 284 radnika radeći 43 dana po 13 sati dnevno, koliko sati na dan treba raditi ekipa od 175 radnika 34 dana da bi izgradila cestu dugu 51,4 km i široku 7 m?

14. Ako cestu dugu 370 km i široku 8 m izgradi ekipa od 243 radnika radeći 36 dana po 12 sati dnevno, koliko radnika je potrebno da izgradi cestu dugu 680,3 km i široku 9 m za 47 dana ako rade 11 sati dnevno?
15. Recept za kolač zahtijeva 300 grama brašna za pripremu 12 porcija. Koliko brašna je potrebno za pripremu 20 porcija istog kolača?
16. Automobil troši 7 litara goriva na 100 kilometara. Koliko će goriva potrošiti isti automobil na putovanju od 250 kilometara?
17. Ako 500 € uloženi na bankovni račun donosi 25 € kamate godišnje, kolike će kamate donijeti ulaganje od 800 € na isti račun i pod istim uvjetima?
18. Za izgradnju zida duljine 10 metara potrebno je 2000 cigala. Koliko će cigli biti potrebno za izgradnju zida duljine 15 metara?
19. Trgovac kupuje 30 kg jabuka za 45 €. Koliko će platiti za 50 kg jabuka pod pretpostavkom da se cijena po kilogramu ne mijenja?
20. Građevinska tvrtka „Kosi toranj“ koristi 15 radnika za izgradnju kuće od 150 kvadratnih metara u trajanju od 60 dana, radeći po 8 sati dnevno. Koliko bi radnika bilo potrebno za izgradnju kuće od 225 kvadratnih metara u trajanju od 90 dana, radeći po 6 sati dnevno?
21. U tvornici tekstila „Platno“ 20 radnika proizvede 5000 majica za 10 dana radeći 7 sati dnevno. Koliko bi radnika bilo potrebno da se proizvede 10 000 majica za 15 dana radeći 5 sati dnevno?
22. Tim od 12 radnika može zapakirati 6 000 jedinica proizvoda za 5 dana radeći po 8 sati dnevno. Koliko radnika je potrebno za pakiranje 9 000 jedinica proizvoda za 6 dana radeći po 10 sati dnevno?
23. Automobilaska tvornica „Sporo gazim“ s 50 radnika proizvodi 100 automobila mjesečno. Koliko bi radnika bilo potrebno da se proizvede 150 automobila mjesečno, ako se poveća radno vrijeme za 25 %?
24. Marketinški tim od 5 ljudi može provesti 15 marketinških kampanja za 30 dana radeći po 6 sati dnevno. Koliko bi članova tima bilo potrebno za provedbu 25 kampanja za 45 dana, radeći po 4 sata dnevno?
25. Ako je 10 radnika u stanju proizvesti 100 proizvoda za 5 sati, koliko proizvoda mogu proizvesti 20 radnika u istom vremenskom razdoblju, pretpostavljajući istu razinu produktivnosti?
26. Pretpostavimo da trošak proizvodnje 50 jedinica proizvoda iznosi 250 €. Objasnite kako bi se trošak promijenio kada bi se proizvodnja povećala na 75 jedinica, pretpostavljajući da su troškovi direktno proporcionalni količini proizvedenih jedinica.
27. Turističko imanje „Possessio“ ima 10 bungalova i ostvaruje godišnji prihod od 100 000 €. Koristeći trojno pravilo, izračunajte očekivani godišnji prihod ako se broj bungalova poveća na 15, pretpostavljajući da je stopa popunjenosti i prosječna cijena po noćenju konstantna.
28. Tvrtka „Mars“ prodaje proizvod po cijeni od 20 € po jedinici, s troškovima proizvodnje od 12 € po jedinici. Ako se cijena proizvoda poveća za 10 %, a troškovi

proizvodnje se povećaju za 15 %, analizirajte kako će se to odraziti na maržu dobiti po prodanoj jedinici.

29. Poduzeće planira proširiti svoju proizvodnju i očekuje da će povećanjem broja radnika s 30 na 45 povećati proizvodnju za 50 %. Trenutno, trošak rada po radniku iznosi 2 000 € mjesečno. Izračunajte ukupne mjesečne troškove rada nakon proširenja i predložite strategiju za optimizaciju troškova.
30. Restoran „Taberna“ u prošloj godini s 25 stolova ostvario je prihod od 500 000 €. Ove godine, restoran je proširen na 35 stolova, ali je prihod pao na 480 000 €. Evaluirajte učinkovitost proširenja restorana u pogledu generiranja prihoda i predložite moguće razloge za ovaj pad prihoda.
31. Marko je prije odlaska na godišnji odmor u Švicarsku kod rodbine kupio 500 CHF za kune 12.12.2019. godine. Tamo je potrošio svega 130 CHF te je odlučio ostatak zadržati na deviznom računu (zanemarite profit držanja novca u banci). Izračunajte vrijednost danas u EUR. Je li Marko na dobitku ili gubitku odlukom o zadržavanju CHF? Odgovor potkrijepite računom i obrazložite.

Uputa! Vrijednosti možete usporediti tako da potrebne HRK pri kupovini CHF preračunate u EUR prema tečajnici na taj dan. Odnos HRK/EUR, CHF/HRK ili CHF/EUR možete pronaći na tečajnicama HNB ili neke specifične banke - navedite u izvješću.



1. Za 350 km automobil treba 26,25 litara benzina.
2. 5 m platna širine 0,90 m treba platiti 225 €.
3. 4 bagera po 160 kW može iskopati kanal dug 5 600 m ako rade 12 dana po 10 sati i ako je kanal širok 4 m i dubok 2m.
4. Zadruga bi trebala nabaviti 725,33 kg sjemenja za polje dugačko 170 m i široko 40 m.
5. Za 10 dana, 300 radnika radeći po 8h dnevno iskopat će kanal dubine 4 m, širine 12 m i dužine približno 214,29 m.
6. Za 10 dana 50 radnika, izradilo bi bazen dug 50 m, širok 15 m, dubok 4 m, ako rade 10 h dnevno.
7. Da bi 10 djelatnika za 4 dana završili posao trebaju raditi 10 h na dan.
8. Kada 10 žarulja svijetli 2 sata dnevno onda se treba platiti 1,05 €.
9. Za 3 dana, radeći 6 sati dnevno, 60 000 etiketa bi priličilo 8 osoba.
10. Da se iskopa 3 000 rupa dubine 60 cm, širine 30 cm treba 24 radnika koji bi radili 30 dana po 6 sati dnevno.
11. Može izgraditi cestu dugu 901,95 km.
12. Treba joj 23 dana.
13. Treba raditi 10 sati na dan.
14. Potrebno je 420 radnika.
15. 500 g
16. 17,5 L
17. 40 €
18. 3000 cigala
19. 75 €
20. 17 radnika
21. 43 radnika
22. 27 radnika
23. 75 radnika
24. 9 članova tima
25. Ako 20 radnika radi pod istim uvjetima, mogu proizvesti 200 proizvoda.
26. Trošak proizvodnje 75 jedinica iznosi 375 €.
27. Očekivani godišnji prihod s 15 bungalova iznosi 150 000 €.
28. Nakon povećanja cijene i troškova, nova marža dobiti po prodanoj jedinici iznosi 8,20 €.
29. Ukupni mjesečni troškovi rada prije proširenja iznosili su 60 000 €, a nakon proširenja 90 000 €.
30. Efikasnost proširenja restorana u pogledu generiranja prihoda je 0,96 (96%) u odnosu na prethodnu godinu, što ukazuje na smanjenje efikasnosti u generiranju prihoda nakon proširenja.

Rješenje križaljke:

I	Z	R	A	Č	U	N	A	V	A	N	J	E			
								E							
								L							
						A	R	I	T	M	E	T	I	K	A
						K			Č						
I	N	V	E	R	Z	N	O			I	Z	N	O	S	
						N			N						
P	R	A	V	I	L	O			A						
						M									
		O	D	N	O	S	I								
						J									
					R	A	Z	M	J	E	R				
T	R	O	J	N	O		P	R	A	V	I	L	O		



Imate na raspolaganju 100 000 € investicijskog kapitala koji trebate raspodijeliti među tri različita startup projekta. Svaki projekt ima svoj potencijalni povrat na investiciju i razinu rizika. Cilj je maksimizirati ukupni povrat na investiciju, uzimajući u obzir i rizik svakog projekta.

PROJEKT 1	PROJEKT 2	PROJEKT 3
Potencijalni povrat na investiciju: 20 %	Potencijalni povrat na investiciju: 15 %	Potencijalni povrat na investiciju: 10 %
Rizik: Nizak	Rizik: Srednji	Rizik: Visok
Ulog:	Ulog:	Ulog:
Obrazloženje:	Obrazloženje:	Obrazloženje:

Odlučite koliko ćete kapitala uložiti u svaki od tri projekta. Ukupan iznos koji možete raspodijeliti je 100 000 €. U obzir morate uzeti potencijalni povrat na investiciju i rizik svakog projekta. Popunite tablicu do kraja objašnjavajući vašu odluku o raspodjeli kapitala, uzimajući u obzir potencijalni povrat i rizik.

Razumijevanje računa diobe je ključno u analizi raspodjele resursa i njihovog utjecaja na poslovne rezultate, od IT infrastrukture do turističkih investicija. On pomaže u optimizaciji poslovnih procesa, donošenju financijskih odluka i povećanju profitabilnosti. Znanje o računu diobe je neophodno za studente jer pruža temeljne vještine za kvantitativnu analizu i efikasno upravljanje resursima, što je ključno u svakom aspektu poslovnog odlučivanja i strategije.



Ishodi učenja:

Navesti primjere koncepta jednostavnog i složenog računa diobe.

Primijeniti račun diobe za postavljene zadatke.

Koristiti račun diobe za rješavanje konkretnih poslovnih problema.

4. Račun diobe

Račun diobe je postupak pomoću kojega se pojednostavljuje rješavanje problema u kojima je potrebno razdijeliti neku zadanu veličinu na nositelje (dijelove) prema jednom ili više od jednog kriterija.

4.1. Jednostavni račun diobe

Račun diobe objasniti ćemo rješavanjem zadatka i popratnom teorijom.



Zadatak 1. Troje braće maskirali su se i išli u maškare te zaradili 380 €. Novac su odlučili razdijeliti razmjerno svojim godinama. Prvi brat ima 5 godina, drugi 6 godina, a treći 8 godina. Koliko novaca će dobiti svaki od braće?

Rješenje:

Trojica braće zajedno zarade 380 €, matematički to možemo zapisati ovako:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 380$$

Braća novac razdjeljuju razmjerno svojim godinama, matematički to možemo zapisati:

$$x_1 : x_2 : x_3 = 5 : 6 : 8$$

Iz ovog razmjera vrijedi:

$$x_1 = 5k$$

$$x_2 = 6k$$

$$x_3 = 8k$$

Uvrštavanjem dobivenih jednakosti u

$$x_1 + x_2 + x_3 = 380$$

dobivamo vrijednost k rješavanjem jednadžbe:

$$5k + 6k + 7k = 380$$

$$19k = 380$$

$$k = 20$$

Dobivenu vrijednost uvrstimo:

$$x_1 = 5k = 5 \cdot 20 = 100 \text{ €}$$

$$x_2 = 6k = 6 \cdot 20 = 120 \text{ €}$$

$$x_3 = 8k = 8 \cdot 20 = 160 \text{ €}$$

Petogodišnji brat je dobio 100 €, šestogodišnji 120 €, a sedmogodišnji 160 €.



Zadanu veličinu S treba razdijeliti na nositelje (dijelove) $x_1, x_2, \dots, x_n$ prema jednom kriteriju, tako da se ti dijelovi odnose kao $a_1 : a_2 : \dots : a_n$. Kolike su veličine tih dijelova?

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = a_1 : a_2 : \dots : a_n$$

$$x_1 = ka_1$$

$$x_2 = ka_2$$

$$\vdots$$

$$x_n = ka_n$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S$$

$$ka_1 + ka_2 + \dots + ka_n = S$$

$$k \cdot (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = S$$

$$k = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

$$x_1 = ka_1 = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} a_1$$

$$x_2 = ka_2 = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} a_2$$

$$\vdots$$

$$x_n = ka_n = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} a_n$$

Zadatak 2. Na nekom poslu radila su četiri radnika istih kvalifikacija i jednakim intenzitetom istih kvalifikacija i jednakim intenzitetom, ali radnik A je taj posao obavio za 170 h, radnik B za 160 h, radnik C za 150 h, a radnik D za 140 h. Kako će razdijeliti zaradu od 12 400 €?

Rješenje:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 12.400,00 \\x_1 : x_2 : x_3 : x_4 &= 170 : 160 : 150 : 140\end{aligned}$$

$$x_1 = 170k$$

$$x_2 = 160k$$

$$x_3 = 150k$$

$$x_4 = 140k$$

$$170k + 160k + 150k + 140k = 12\,400,00$$

$$620k = 12\,400,00$$

$$k = 20$$

$$x_1 = 170k = 170 \cdot 20 = 3\,400 \text{ €}$$

$$x_2 = 160k = 160 \cdot 20 = 3\,200 \text{ €}$$

$$x_3 = 150k = 150 \cdot 20 = 3\,000 \text{ €}$$

$$x_4 = 140k = 140 \cdot 20 = 2\,800 \text{ €}$$

Zadatak 3. Na nekom poslu radila su 4 radnika i ostvarili zaradu od 12 400,00 €. Kako će razdijeliti tu zaradu, ako ju dijele obrnuto proporcionalno broju sati izostanaka, a pri čemu je radnik A izostao 10 sati, radnik B 20 sati, radnik C 30 sati i radnik D 40 sati?

Rješenje:

Zaradu od 12 400 € potrebno je razdijeliti na radnike obrnuto razmjerno prema izostancima s posla.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 12\,400,00 \\x_1 : x_2 : x_3 : x_4 &= \frac{1}{10} : \frac{1}{20} : \frac{1}{30} : \frac{1}{40} / \cdot 120 \\x_1 : x_2 : x_3 : x_4 &= 12 : 6 : 4 : 3\end{aligned}$$

$$x_1 = 12k$$

$$x_2 = 6k$$

$$x_3 = 4k$$

$$x_4 = 3k$$

$$12k + 6k + 4k + 3k = 12\,400,00$$

$$25k = 12\,400,00$$

$$k = 496$$

$$x_1 = 12 \cdot 496 = 5\,952 \text{ €}$$

$$x_2 = 6 \cdot 496 = 2\,976 \text{ €}$$

$$x_3 = 4 \cdot 496 = 1\,984 \text{ €}$$

$$x_4 = 3 \cdot 496 = 1\,488 \text{ €}$$

4.2. Složeni račun diobe

U složenom računu diobe neki iznos se razdjeljuje na više uvjeta.

Zadatak 4. Troje braće maskirali su se i išli u maskare te zaradili 380 €. Novac su odlučili razdijeliti razmjerno svojim godinama i obrnuto razmjerno svojoj masi. Prvi brat ima 5 godina i 15 kg, drugi 6 godina i 18 kg, a treći 8 godina i 32 kg. Koliko novaca će dobiti svaki od braće?

Rješenje:

Trojica braće zajedno zarade 380 €, matematički to možemo zapisati ovako:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 380$$

Braća novac razdjeljuju razmjerno svojim godinama, matematički to možemo zapisati:

$$x_1 : x_2 : x_3 = 5 : 6 : 8,$$

a obrnuto razmjerno svojoj masi zapisujemo:

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{15} : \frac{1}{18} : \frac{1}{32}.$$

U zadatku je dva uvjeta po kojima je potrebno razdijeliti novac:

$$\begin{aligned} x_1 : x_2 : x_3 &= 5 : 6 : 8 \\ &= \frac{1}{15} : \frac{1}{18} : \frac{1}{32} \end{aligned}$$

Množenjem uvjeta koji su jedan ispod drugog dobit ćemo novi uvjet:

$$x_1 : x_2 : x_3 = \left(5 \cdot \frac{1}{15}\right) : \left(6 \cdot \frac{1}{18}\right) : \left(8 \cdot \frac{1}{32}\right)$$

pa vrijedi:

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$$

Iz ovog razmjera vrijedi:

$$x_1 = \frac{1}{3}k$$

$$x_2 = \frac{1}{3}k$$

$$x_3 = \frac{1}{4}k$$

Uvrštavanjem dobivenih jednakosti u

$$x_1 + x_2 + x_3 = 380$$



Zadanu veličinu S treba razdijeliti na nositelje (dijelove) $x_1, x_2, \dots, x_n$ prema jednom kriteriju, tako da se ti dijelovi odnose kao $b_1 : b_2 : \dots : b_n$ i $c_1 : c_2 : \dots : c_n \dots m_1 : m_2 : \dots : m_n$. Koliki su to dijelovi?

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = b_1 : b_2 : \dots : b_n$$

$$= c_1 : c_2 : \dots : c_n$$

$$\vdots$$

$$= m_1 : m_2 : \dots : m_n$$

$$\begin{aligned} x_1 : x_2 : \dots : x_n \\ &= (b_1 c_1 \dots m_1) : (b_2 c_2 \dots m_2) : \dots \\ &: (b_n c_n \dots m_n) \end{aligned}$$

Umnoške zamijenimo s $a_1, a_2, \dots, a_n$, odnosno vrijedi:

$$b_1 c_1 \dots m_1 = a_1$$

$$b_2 c_2 \dots m_2 = a_2$$

$$\vdots$$

$$b_n c_n \dots m_n = a_n$$

pa je proporcija:

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = a_1 : a_2 : \dots : a_n.$$

Daljnji postupak rješavanja je isti kao kod jednostavnog računa diobe:

$$x_1 = k a_1$$

$$x_2 = k a_2$$

$$\vdots$$

$$x_n = k a_n$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S$$

dobivamo vrijednost k rješavanjem
jednadžbe:

$$\frac{1}{3}k + \frac{1}{3}k + \frac{1}{4}k = 2\,280$$

$$k\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = 2\,280$$

$$\frac{11}{12}k = 2\,280$$

$$k = \frac{27\,360}{\frac{11}{12}}$$

$$k = \frac{27\,360}{11}$$

Dobivenu vrijednost uvrstimo:

$$x_1 = \frac{1}{3}k = \frac{1}{3} \cdot \frac{27\,360}{11} = 829,09 \text{ €}$$

$$x_2 = \frac{1}{3}k = \frac{1}{3} \cdot \frac{27\,360}{11} = 829,09 \text{ €}$$

$$x_3 = \frac{1}{4}k = \frac{1}{4} \cdot \frac{27\,360}{11} = 621,82 \text{ €}$$

Petogodišnji brat je dobio 829,09 €, šestogodišnji 829,09 €, a osmogodišnji 621,82 €.

$$ka_1 + ka_2 + \dots + ka_n = S$$

$$k \cdot (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = S$$

$$k = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

$$x_1 = ka_1 = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} a_1$$

$$x_2 = ka_2 = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} a_2$$

$\vdots$

$$x_n = ka_n = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} a_n$$

Zadatak 5. Trošak za stubišnu rasvjetu i vodu za mjesec lipanj tekuće godine iznosio je 774,75 € i valja ga razdijeliti prema broju članova i površini stana.

Ako:

- I. kućanstvo ima 4 člana i 52 m² površine stana
- II. kućanstvo ima 2 člana i 70 m² površine stana
- III. kućanstvo ima 5 članova i 85 m² površine stana
- IV. kućanstvo ima 4 člana i 65 m² površine stana

koliki su troškovi po pojedinom kućanstvu?

Rješenje:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 774,75$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = 4 : 2 : 5 : 4$$

$$= 52 : 70 : 85 : 65$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = 208 : 140 : 425 : 260$$

$$x_1 = 208k$$

$$x_2 = 140k$$

$$x_3 = 425k$$

$$x_4 = 260k$$

$$208k + 140k + 425k + 260k = 774,75$$

$$1\,033k = 774,75$$

$$k = 0,75$$

$$x_1 = 208 \cdot 0,75 = 156 \text{ €}$$

$$x_2 = 140 \cdot 0,75 = 105 \text{ €}$$

$$x_3 = 425 \cdot 0,75 = 318,75 \text{ €}$$

$$x_4 = 260 \cdot 0,75 = 195 \text{ €}$$

Prvo kućanstvo račun će platiti 156 €, drugo kućanstvo 105 €, treće kućanstvo 318,75 € i četvrto 195 €.

Zadatak 6. Na nekom poslu radila su 4 radnika i ostvarili zaradu od 12 275,35 €. Kako će razdijeliti tu zaradu, ako je radnik A radio 150 h, a izostao 10 sati, radnik B radio 130 h, izostao 20 sati, radnik C radio 160 h, izostao 10 sati i radnik D radio 130 h, izostao 13 sati, ako zaradu treba podijeliti razmjerno broju radnih sati i obrnuto razmjerno broju izostalih sati?

Rješenje:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 12\,275,35$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = 150 : 130 : 160 : 130$$

$$= \frac{1}{10} : \frac{1}{20} : \frac{1}{10} : \frac{1}{13}$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = 15 : 7,5 : 16 : 10$$

$$x_1 = 15k$$

$$x_2 = 7,5k$$

$$x_3 = 16k$$

$$x_4 = 10k$$

$$15k + 7,5k + 16k + 10k = 12\,275,35$$

$$48,5k = 12\,275,35$$

$$k = 253,10$$

$$x_1 = 15 \cdot 253,10 = 3\,796,50 \text{ €}$$

$$x_2 = 7,5 \cdot 253,10 = 1\,898,25 \text{ €}$$

$$x_3 = 16 \cdot 253,10 = 4\,049,60 \text{ €}$$

$$x_4 = 10 \cdot 253,10 = 2\,531,00 \text{ €}$$

Radnik A dobit će plaću u iznosu 3 796,50 €, radnik B 1 898,25 €, radnik C 4 049,60 € i radnik D 2 531,00 €.

Istražite kroz projekte:

Račun diobe u poslovnom svijetu: analizirajte kako se račun diobe koristi u različitim aspektima poslovanja. Istražite primjene računa diobe u različitim industrijama i poslovnim modelima, uključujući studije slučaja kako tvrtke koriste ovaj koncept za raspodjelu profita, resursa ili ulaganja.

Vizualizacija računa diobe: kreirajte edukativne videomaterijale koji objašnjavaju koncepte računa diobe. Video treba sadržavati animacije i primjere koji pokazuju kako se račun diobe primjenjuje u različitim scenarijima, olakšavajući razumijevanje ovih matematičkih koncepta.

Dijeljenje sredstava: razvijte simulaciju za učenje optimalne raspodjele sredstava unutar organizacija i nevladinih organizacija. Stvorite interaktivnog alata ili aplikacije koja omogućuje korisnicima da eksperimentiraju s različitim scenarijima raspodjele sredstava, koristeći račun diobe za donošenje informiranih odluka.

Optimizacija prihoda u ruralnom turizmu kroz račun diobe: analizirajte i optimizirajte raspodjelu prihoda između različitih aspekata ruralnog turizma, kao što su smještaj, hrana, rekreacijske aktivnosti i drugo, koristeći račun diobe. Prikupite podatke o različitim izvorima prihoda u ruralnom turizmu te primjenu računa diobe za utvrđivanje optimalne raspodjele investicija i resursa za maksimiziranje ukupnog prihoda.

Račun diobe za održivo poduzetništvo: istražite kako poduzetnici mogu koristiti račun diobe za održivo upravljanje resursima i profitom, posebno u startup ekosustavu. Usredotočite se na razvoj vodiča ili serije *online* radionica za poduzetnike ili video uradaka, s naglaskom na korištenju računa diobe za pravednu i održivu raspodjelu dobiti, ulaganja i drugih ključnih resursa unutar startupa.

Strategije raspodjele budžeta u IT sektoru: pružite uvid u optimalnu raspodjelu budžeta unutar IT odjela koristeći račun diobe. Analizirajte kako raspodijeliti ograničene resurse unutar IT odjela, uključujući hardver, softver, ljudske resurse i vremenske rokove te kako račun diobe može pomoći u postizanju maksimalne efikasnosti i produktivnosti.



Zaokruži točan ponuđeni odgovor na postavljeno pitanje:

1. Što omogućava jednostavni račun diobe?
 - a) Razdjeljivanje veličine na jednake dijelove.
 - b) Razdjeljivanje veličine na dijelove prema kriteriju.
 - c) Razdjeljivanje veličine nasumično.
2. Kako se naziva proces kada se veličina razdjeljuje na dijelove prema više uvjeta?
 - a) Jednostavni račun diobe.
 - b) Složeni račun diobe.
 - c) Linearni račun diobe.
3. U složenom računu diobe, kako se određuje proporcija između dijelova?
 - a) Množenjem pojedinih kriterija.
 - b) Zbrajanjem pojedinih kriterija.
 - c) Oduzimanjem pojedinih kriterija.
4. Koje su veličine $x_1, x_2, \dots, x_n$ u računu diobe?
 - a) Koeficijenti diobe.
 - b) Nositelji (dijelovi) veličine.
 - c) Proporcionalni kriteriji.
5. U kojem slučaju se koristi složeni račun diobe?
 - a) Kada postoji samo jedan kriterij podjele.
 - b) Kada ne postoji kriterij podjele.
 - c) Kada postoji više kriterija podjele.
6. Koji je cilj računa diobe?
 - a) Pronaći najmanji zajednički djelitelj.
 - b) Odrediti proporcije podjele.
 - c) Usporediti različite dijelove.
7. Što k predstavlja u formuli računa diobe?
 - a) Konstantu proporcionalnosti.
 - b) Ukupan broj dijelova.
 - c) Prosječnu vrijednost dijelova.
8. Što se događa ako se poveća jedan od kriterija u računu diobe?
 - a) Povećava se ukupna vrijednost S .
 - b) Smanjuje se ukupna vrijednost S .
 - c) Promijeni se proporcija dijelova.
9. Koja je svrha korištenja složenog računa diobe?
 - a) Ubrzati proces podjele.
 - b) Omogućiti podjelu prema više kriterija.
 - c) Smanjiti broj dijelova.

10. Kako se mijenja konstanta k ako se ukupan iznos S udvostruči u jednostavnom računu diobe?
 - a) Udvostručuje se.
 - b) Ne mijenja se.
 - c) Prepolovi se.
11. Kada se koristi račun diobe u svakodnevnom životu?
 - a) Za raspodjelu troškova među prijateljima.
 - b) Za izračunavanje kamatnih stopa.
 - c) Za određivanje vremenskih intervala.
12. Koja je svrha primjene računa diobe u podjeli nasljedstva?
 - a) Osigurati pravednu podjelu.
 - b) Maksimizirati vrijednost nasljedstva.
 - c) Smanjiti porezno opterećenje.
13. Kako račun diobe pomaže u upravljanju projektima?
 - a) Omogućuje bolje planiranje vremena.
 - b) Pomaže u raspodjeli resursa.
 - c) Smanjuje troškove projekta.
14. U kontekstu računa diobe, što bi se dogodilo ako su svi kriteriji jednaki?
 - a) Svi dijelovi bi bili različiti.
 - b) Svi dijelovi bi bili jednaki.
 - c) Ne bi bilo moguće izvršiti podjelu.
15. Kako bi se račun diobe koristio u raspodjeli učeničkih stipendija?
 - a) Za određivanje broja stipendija.
 - b) Za raspodjelu iznosa prema zaslugama.
 - c) Za izračunavanje ukupnog fonda stipendija.
16. Koja je korist od korištenja računa diobe u raspodjeli troškova zajedničkog putovanja?
 - a) Svi plaćaju isti iznos.
 - b) Troškovi se dijele prema korištenju resursa.
 - c) Smanjuju se ukupni troškovi putovanja.
17. Kako se račun diobe primjenjuje u sportskim natjecanjima?
 - a) Za određivanje poretka igrača.
 - b) Za raspodjelu bodova.
 - c) Za izračunavanje ukupnog vremena.
18. Zašto je račun diobe koristan u podjeli dobiti u poslovnom partnerstvu?
 - a) Osigurava jednak udio za sve partnere.
 - b) Uspostavlja proporcionalnost prema ulogu.
 - c) Povećava ukupnu dobit.
19. Kada se u poslovanju koristi račun diobe za raspodjelu troškova među odjelima?
 - a) Kada su svi troškovi jednaki.
 - b) Kada svaki odjel ima različite operativne troškove.
 - c) Kada se troškovi ne mogu precizno izmjeriti.

20. U kojem scenariju bi račun diobe bio koristan u obrazovanju?
 - a) Za određivanje broja učenika po razredu.
 - b) Za raspodjelu sredstava među školama.
 - c) Za raspodjelu vremena predavanja.
21. Zašto se račun diobe koristi u urbanom planiranju?
 - a) Za izgradnju puteva.
 - b) Za raspodjelu javnih prostora.
 - c) Za određivanje lokacija za izgradnju.
22. Kako se račun diobe primjenjuje u raspodjeli marketinškog budžeta u velikoj tvrtki?
 - a) Za određivanje ukupnog budžeta.
 - b) Za raspodjelu sredstava među različitim kampanjama.
 - c) Za izračunavanje povrata na investiciju.
23. U kojem kontekstu bi se račun diobe koristio za raspodjelu humanitarne pomoći?
 - a) Za određivanje broja volontera.
 - b) Za raspodjelu sredstava među potrebitima.
 - c) Za izračunavanje ukupne potrebne pomoći.
24. Kako se račun diobe koristi u gastronomiji pri pripremi jela za veliki broj ljudi?
 - a) Za određivanje količine sastojaka.
 - b) Za raspodjelu obroka.
 - c) Za planiranje jelovnika.
25. Kada bi račun diobe bio primjenjiv u organizaciji konferencija?
 - a) Za određivanje broja govornika.
 - b) Za raspodjelu vremena po sekcijama.
 - c) Za izračunavanje cijene ulaznica.
26. Kako se račun diobe koristi u sportskim ligama kod raspodjele sredstava klubovima?
 - a) Na temelju broja pobjeda.
 - b) Na temelju pozicije u ligi.
 - c) Na temelju popularnosti kluba.
27. Kako se račun diobe koristi u određivanju dividendi za dioničare u poduzeću?
 - a) Na temelju broja dionica u vlasništvu.
 - b) Na temelju ukupne dobiti poduzeća.
 - c) Na temelju godišnjeg rasta poduzeća.
28. Na koji način se primjenjuje račun diobe u raspodjeli proračuna za različite poslovne jedinice unutar korporacije?
 - a) Na temelju njihovog doprinosa ukupnom prihodu.
 - b) Jednakom raspodjelom sredstava.
 - c) Na temelju njihove veličine i broja zaposlenih.

29. Kako poduzetnici koriste račun diobe pri određivanju cijena svojih proizvoda ili usluga?
- Na temelju troškova proizvodnje.
 - Na temelju tržišne potražnje.
 - Na temelju konkurentske analize.
30. U kojem aspektu financijskog planiranja se primjenjuje račun diobe?
- U raspodjeli investicijskog kapitala.
 - U određivanju kamatnih stopa.
 - U analizi rizika i prinosa.
31. Kako se račun diobe koristi u određivanju udjela u zajedničkom poduhvatu ili startup poduzeću?
- Na temelju uloženog kapitala.
 - Na temelju iskustva i vještina osnivača.
 - Na temelju očekivanog doprinosa projektu.
32. Kada se račun diobe koristi u raspodjeli budžeta za marketing i reklame?
- Na temelju ciljane publike.
 - Na temelju prijašnjeg uspjeha kampanja.
 - Na temelju očekivanog povrata ulaganja.
33. Kako se račun diobe primjenjuje u podjeli profita u partnerskim odnosima?
- Na temelju vremena provedenog u partnerstvu.
 - Na temelju doprinosa poslovanju.
 - Jednako među svim partnerima.
34. Kako se račun diobe koristi u određivanju bonusa zaposlenicima na kraju fiskalne godine?
- Na temelju njihove individualne izvedbe.
 - Na temelju ukupnog doprinosa tvrtki.
 - Jednako među svim zaposlenicima.
35. U kojem se scenariju račun diobe koristi za raspodjelu troškova u zajedničkim poslovnim prostorima?
- Na temelju veličine zauzetog prostora.
 - Na temelju broja zaposlenih.
 - Na temelju korištenja zajedničkih resursa.



- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. b | 8. c | 15. b | 22. b | 29. a |
| 2. b | 9. b | 16. b | 23. b | 30. a |
| 3. a | 10. a | 17. b | 24. a | 31. b |
| 4. b | 11. a | 18. b | 25. b | 32. b |
| 5. c | 12. a | 19. b | 26. b | 33. b |
| 6. b | 13. b | 20. b | 27. a | 34. b |
| 7. a | 14. b | 21. b | 28. b | 35. a |



1. Petar i Ivan su tijekom ljeta zajedno obavljali poslove po susjedstvu. Uspjeli su zaraditi 2 350 €. Na koji način će podijeliti novac ako je prema evidenciji vidljivo da je Petar radio 275 h, a Ivan 195 h?

Prompt: *Objasni kako pravedno podijeliti zaradu od 2 350 € između Petra i Ivana na temelju njihovih radnih sati, Petar je radio 275 h, a Ivan 195 h. Kako postaviti formulu za razdiobu prema omjeru radnih sati? Kako izračunati njihov pojedinačni dio i potvrditi točnost rezultata provjerom omjera njihovih iznosa s omjerom sati? Nacrtaj graf u kojem su uspoređeni odrađeni sati i dobiveni iznosi za obojicu.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

2. Petar i Ivan su tijekom ljeta zajedno obavljali poslove po susjedstvu. Uspjeli su zaraditi 5 170 €. Na koji način će podijeliti novac ako je prema evidenciji vidljivo da je Petar radio 8 tjedana, a bio na moru 2 tjedna, dok je Ivan radio 6 tjedana i bio na moru 4 tjedna?

Prompt: *Objasni korak po korak kako raspodijeliti zaradu od 5 170 € između Petra i Ivana s obzirom na to da je Petar radio 8 tjedana i imao 2 tjedna odmora, a Ivan radio 6 tjedana i imao 4 tjedna odmora. Pri tome razdjela mora biti proporcionalna s brojem radnih tjedana i obrnuto proporcionalna s brojem tjedana za odmor. Nacrtaj graf u kojem su uspoređeni odrađeni sati i dobiveni iznosi za obojicu.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

3. Tvrtka dijeli dobit od 120 000 € između tri partnera. Prvi partner dobiva 30 %, drugi 40 %, a treći ostatak. Koliko će svaki partner dobiti?

Prompt: *Objasni kako raspodijeliti dobit od 120 000 € između tri partnera tako da prvi dobije 30 %, drugi 40 %, a treći preostali iznos. Savjetuj kako potvrditi točnost.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.



Zadaci za vježbu:

1. U tvrtki je omjer broja zaposlenika s visokim obrazovanjem i onih s srednjim obrazovanjem 1 : 3. Ako tvrtka ima ukupno 200 zaposlenika, koliko je zaposlenika s visokim obrazovanjem?
2. Tvrtka je ostvarila dobit od 50 000 €. Ako se dobit dijeli između dva partnera u omjeru 3 : 2, koliko će svaki partner dobiti novca?
3. Restoran je ostvario prihod od 60 000 €. Ako se prihod dijeli između vlasnika i osoblja u omjeru 2 : 1, koliko će dobiti novca vlasnik, a koliko osoblje?
4. U poduzeću je omjer iznosa prihoda i iznosa gubitka u prošloj godini 3 : 2. Ako je dobit bila 75 000 €, koliki su bili prihod i gubitak?
5. Tvrtka ima omjer vlastitog i zaduženog kapitala 2 : 1. Ako ukupni kapital iznosi 300 000 €, koliko tvrtka ima vlastitog kapitala?
6. Tri poduzetnika dijele proviziju od prodaje u omjeru 4 : 3 : 2. Ako je ukupna provizija 27 000 €, koliko će svaki poduzetnik dobiti novca?
7. Tvrtka dijeli dobit od 120 000 € između tri partnera. Prvi partner dobiva 30 %, drugi 40 %, a treći ostatak. Koliko će svaki partner dobiti?
8. Tri radnika A, B, C zajedno su zaradili 14 500 €. Koliko dobije svaki ako radnik A dobije 10 % manje od radnika B, a radnik C dobije 15 % više od radnika B?
9. Trgovačko poduzeće naručilo je pošiljke: 500 kg artikla A, 600 kg artikla B, 200 kg artikla C i 800 kg artikla D. Troškovi prijevoza iznose 4 200 €. Rasporedite troškove na pojedine artikle prema količini dopremljene robe.
10. Četiri poslovna partnera dijele ulaganje u omjeru 2 : 3 : 4 : 5. Ako ukupno ulaganje iznosi 140 000 €, koliko će svaki partner uložiti?
11. U izgradnji ceste sudjelovala su dva poduzeća. Prvo poduzeće imalo je 7 radnika koji su radili 100 dana, ali 9 h dnevno. Drugo poduzeće imalo je 5 radnika koji su radili 50 dana, 8 h dnevno. Koliko će dobiti svako poduzeće ako je zarada 3 627 400 €?
12. Jedno poduzeće primilo je narudžbu za 16 536 m³ rezane građe. Kako će se rasporediti narudžba između tri pilane koje trebaju raditi prema svojim kapacitetima i istovremeno dovršiti posao, ako prva pilana može izrezati 26 m³ za 4 h, druga 24 m³ za 6 h i treća 27 m³ za 5 h?
13. Tri automobila su potrošila goriva za 4 650,80 €, prvi je prešao 4 500 km i trošio 7 litara na 100 km, drugi je prešao 5 200 km i trošio 8 litara na 100 km, treći je prešao 9 300 km i trošio 10 litara na 100 km. Koliko troškova ima svaki automobil ako su troškovi razmjerni s brojem prijeđenih kilometara i s potrošnjom goriva na 100 km prijeđenog puta?
14. Tri tvrtke su sklopile ugovor po kojemu će izgraditi 50 stambenih jedinica za 15 milijuna €. Iznos se raspoređuje razmjerno broju stambenih jedinica koje tvrtka izgradi, a obrnuto razmjerno prosječnom broju tjedana po izgrađenoj stambenoj

- jedinici. Prva tvrtka je izgradila 20 stambenih jedinica u 5 tjedana, druga 18 u 6 tjedana, a treća 12 u 4 tjedna. Koliki iznos treba dobiti svaka tvrtka?
15. Tvrtka ima godišnji budžet od 1 000 000 € koji treba raspodijeliti na pet odjela. Proporcije zasnovane na prioritetu su sljedeće: razvoj 30 %, marketing 25 %, prodaja 20 %, istraživanje i razvoj 15 % te ljudski resursi 10 %. Primijenite račun diobe za raspodjelu budžeta.
 16. Tri partnera u poslu dijele profit od 300 000 €. Njihovi udjeli u ulaganju su 50 %, 30 % i 20 %. Primijenite račun diobe za izračunavanje točnog iznosa koji svaki partner treba primiti.
 17. Investicijski fond ima 2 000 000 € za ulaganje u četiri različita startup projekta. Procijenjeni povrat i rizik daju sljedeće proporcije: Projekt A 40 %, Projekt B 30 %, Projekt C 20 % i Projekt D 10 %. Primijenite račun diobe za pravičnu raspodjelu kapitala.
 18. Pet poduzeća dijeli poslovni prostor s mjesečnim troškovima od 10 000 €. Veličina prostora koju koristi svako poduzeće i broj zaposlenika su sljedeći: Poduzeće A (40 % prostora, 10 zaposlenika), Poduzeće B (30 % prostora, 30 zaposlenika), Poduzeće C (15 % prostora, 20 zaposlenika), Poduzeće D (10 % prostora, 25 zaposlenika) i Poduzeće E (5 % prostora, 15 zaposlenika). Raspodijelite troškove prema korištenju prostora i broju zaposlenika.
 19. Odjel za marketing ima godišnji budžet od 500 000 € koji treba raspodijeliti na sljedeće kanale: *online* oglašavanje 40 %, televizijski oglasi 30 %, tisak 20 % i sponzorstva događanja 10 %. Primijenite račun diobe za alokaciju sredstava.
 20. Ako banka isplati kredite u omjeru 3 : 2 za stambene i poslovne kredite te ukupno isplati 500 000 €, koliko je isplaćeno za stambene kredite?



1. Tvrtka ima 50 zaposlenika s visokim obrazovanjem.
2. Jedan će dobiti 30 000 €, a drugi 20 000 €.
3. Vlasnik će dobiti 40 000 €, a osoblje 20 000 €.
4. Prihod je bio 225 000 €, a gubitak 75 000 €.
5. Tvrtka ima 200 000 € vlastitog kapitala.
6. Prvi će dobiti 12 000 €, drugi 9 000 €, a treći 6 000 €.
7. Prvi će dobiti 36 000 €, drugi 48 000 € i treći 36 000 €.
8. Radnici redom dobivaju: $A=4\,278,69$ €, $B=4\,754,10$ €, $C=5\,467,22$ €.
9. Troškovi prijevoza artikla A su 1 000 €, artikla B su 1 200 €, artikla C su 400 €, a artikla D 1 600 €.
10. Prvi će uložiti 20 000 €, drugi 30 000 €, treći 40 000 €, a četvrti 50 000 €.
11. Prvo poduzeće dobit će 3 627 400 €, a drugo poduzeće dobit će 111 620 €.
12. Narudžba će se rasporediti tako da će prva pilana dobiti $6760\,m^3$, druga $4160\,m^3$, a treća $5616\,m^3$.
13. Troškovi otpada za automobil A su 882 €, automobil B 1 164,80 €, a automobil C 2 604 €.
14. Prva tvrtka treba dobiti 5 milijuna €, druga 6 milijuna €, a treća 4 milijuna €.
15. Razvoj: 300 000 €, Marketing: 250 000 €, Prodaja: 200 000 €, Istraživanje i Razvoj: 150 000 €, Ljudski Resursi: 100 000 €
16. Partner 1: 150 000 €; Partner 2: 90 000 €; Partner 3: 60 000 €
17. Projekt A: 800 000 €; Projekt B: 600 000 €; Projekt C: 400 000 €; Projekt D: 200 000 €
18. Poduzeće A: 2 500 €; Poduzeće B: 3 000 €; Poduzeće C: 1 750 €; Poduzeće D: 1 750 €; Poduzeće E: 1 000 €
19. Online oglašavanje: 200 000 €; Televizijski oglasi: 150 000 €; Tisak: 100 000 €; Sponzorstva događanja: 50 000 €
20. 300 000 €

Rješenje uvodnog problema:

Razmatrajući nizak rizik i visok povrat, odlučujemo uložiti veći dio kapitala u ovaj projekt. Recimo, 50 000 €. U Projekt A ulažemo najviše jer kombinira visoki potencijalni povrat s niskim rizikom, što ga čini privlačnom opcijom za ulaganje.

S obzirom na umjeren rizik i solidan povrat, odlučujemo uložiti umjereni dio kapitala u ovaj projekt. Recimo, 30 000 €. Projekt B nudi umjereni povrat uz srednji rizik. Ulažemo značajan iznos, ali manje od Projekta A, uzimajući u obzir veći rizik.

Zbog visokog rizika, ali i potencijala za povrat, odlučujemo uložiti manji dio kapitala. Recimo, 20 000 €. Iako Projekt C ima najniži potencijalni povrat i najveći rizik, odlučili smo uložiti manji dio kapitala kako bismo diversificirali portfelj i iskoristili moguće prilike koje projekt nudi.



Zaigrajte igru „Tržište smjese“. Stvorite najprofitabilniju smjesu korištenjem različitih sastojaka s promjenjivim cijenama na temelju zadanih kartica.

KARTICA 1	KARTICA 2	KARTICA 3
<u>Pšenično brašno</u> Jedinica: kilogram Nabavna Cijena: 2 €/kg Kvaliteta: standardna	<u>Organsko brašno</u> Jedinica: kilogram Nabavna Cijena: 4 €/kg Kvaliteta: visoka	<u>Šećer</u> Jedinica: kilogram Nabavna Cijena: 1,5 €/kg Kvaliteta: standardna
KARTICA 4	KARTICA 5	KARTICA 6
<u>Vanilija</u> Jedinica: gram Nabavna cijena: 0,15 €/g Kvaliteta: visoka	<u>Kakao u prahu</u> Jedinica: kilogram Nabavna cijena: 3 €/kg Kvaliteta: srednja	<u>Standardna jaja</u> Jedinica: komad Nabavna cijena: 0,2 €/kom Kvaliteta: standardna

Ispuni tablicu količinom i cijenom namirnica koje će činiti najprofitabilniju smjesu.

Namirnica	Količina	Cijena
Pšenično brašno		
Organsko brašno		
Šećer		
Vanilija		
Kakao u prahu		
Standardna jaja		
Ukupno:		

Račun smjese je metoda za efikasno upravljanje resursima, planiranje strategija i donošenje odluka u različitim sektorima poput IT-a, turizma i poduzetništva. On omogućava kombiniranje različitih elemenata, poput hardvera, softvera, turističkih iskustava i proizvodnih komponenata, kako bi se postigli optimalni rezultati. Razumijevanje i primjenjivanje računa smjese je temeljna vještina potrebna za inovativno kombiniranje resursa i stvaranje konkurentnih rješenja.



Ishodi učenja:

Primijeniti račun smjese, uključujući kako se sastojci različitih intenziteta kombiniraju kako bi se postigla određena mješavina.

Primijeniti račun smjese kako bi pravilno rasporedio resurse kao što su smještaj, aktivnosti i prehrana kako bi stvorio atraktivnu turističku ponudu u ruralnom turizmu.

Analizirati kako promjene u omjerima sastojaka utječu na rezultat računa smjese.

Koristiti račun smjese za rješavanje konkretnih poslovnih problema.

5. Račun smjese

Račun smjese se primjenjuje kada je potrebno odrediti u kojem omjeru i u kojim količinama treba miješati neke istovrsne veličine (npr. alkohol, zlato, kavu...) koji imaju neku zajedničku osobinu različitih intenziteta (npr. jakost, čistoća, cijena ...), a da se pri tom postigne smjesa željenog prosječnog intenziteta (prosječna jakost alkohola, prosječna finoća zlata, prosječna cijena kave...). Za rješavanje ovakvih primjera do sada ste najčešće koristili jednadžbe. Zbog toga ćemo usporedno pokazati kako se zadaci rješavaju primjenom jednadžbi, a kako primjenom računa smjese.

5.1. Jednostavni račun smjese

Jednostavni račun smjese koristimo kod miješanja robe koja ima dva različita intenziteta.

Zadatak 1. Kemičar ima 90 ml 50 % otopine metana. Koliko treba dodati 80 % otopine metana, ako se želi dobiti otopinu metana jakosti 60 %?

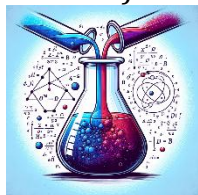
Rješenje:

Ovakvi problemi najčešće se rješavaju primjenom jednadžbi. Kako bi na što jednostavniji način postavili jednadžbu poslužit ćemo se tablicom:

	Količina	Jakost	Ukupno
Početna vrijednost	90	0,5	$90 \cdot 0,5 = 45$
Dodana vrijednost	x	0,8	$0,8x$
Konačna vrijednost	$90 + x$	0,6	$(90 + x) \cdot 0,6 = 54 + 0,6x$

Tablicu popunjavamo čitajući zadatak. U prvoj rečenici saznajemo da imamo 90 mL 50 % $= \frac{50}{100} = 0,5$ metana, te vrijednosti upisujemo u redak početna vrijednost. U stupac količina upisujemo 90, a u stupac jakost 0,5. U drugoj rečenici saznajemo da trebamo dodati x ml 80 % $= \frac{80}{100} = 0,8$ metana. Tražimo količinu x i nju unosimo u redak dodatna vrijednost u stupac količina, dok 0,8 unosimo u stupac jakost. Jakost željene otopine 60 % $= \frac{60}{100} = 0,6$ unosimo u konačnu vrijednost jer je to ono što želimo dobiti u stupac jakost. Dok količina koju ćemo dobiti kao konačnu vrijednost miješanja ovisi o prethodnim vrijednostima otopina metana pa je njegova količina jednaka $90 + x$. Pomnožimo elemente po redcima. Tada vrijedi:

$$\text{Početna vrijednost} + \text{Dodana vrijednost} = \text{Konačna vrijednost}$$



$$\begin{aligned} 45 + 0,8x &= 54 + 0,6x \\ 0,8x - 0,6x &= 54 - 45 \\ 0,2x &= 9 \\ x &= 45 \end{aligned}$$

Na temelju ovog primjera izvest ćemo proporciju za račun smjese. Općenito, ako imamo dvije istovjetne robe različite jakosti:

prve x_1 ml jakosti a_1

druge x_2 ml jakosti a_2 neka je $a_2 > a_1$

Treba načiniti smjesu čija će jakost biti m . Pitamo se u kojem omjeru treba promiješati navedenu robu?

Pomiješamo li robu, dobit ćemo $(x_1 + x_2)$ ml smjese jakosti m . Ovo je konačna vrijednost koju treba dobiti i ona mora biti jednaka zbroju ukupne početne vrijednosti i dodane vrijednosti. Tablično bi to izgledalo ovako:

	Količina	Jakost	Ukupno
Početna vrijednost	x_1	a_1	$a_1 \cdot x_1$
Dodana vrijednost	x_2	a_2	$a_2 \cdot x_2$
Konačna vrijednost	$x_1 + x_2$	m	$m \cdot (x_1 + x_2)$

Dakle, imamo

$$\begin{aligned}
 m \cdot (x_1 + x_2) &= a_1 x_1 + a_2 x_2 \\
 m x_1 + m x_2 &= a_1 x_1 + a_2 x_2 \\
 m x_1 - a_1 x_1 &= a_2 x_2 - m x_2 \\
 x_1 \cdot (m - a_1) &= x_2 (a_2 - m) \quad / : [x_2 (m - a_1)] \\
 \frac{x_1}{x_2} &= \frac{(a_2 - m)}{(m - a_1)} \\
 x_1 : x_2 &= (a_2 - m) : (m - a_1)
 \end{aligned}$$

Ovu proporciju ili razmjer može se lako dobiti i primjenjujući shemu koju ćemo nazvati račun smjese.

Shemu za dvije veličine konstruira se ovako:

1. Upišu se osobine jedna ispod druge, od najmanjeg do najvećeg intenziteta, tj.

a_1
 a_2

2. Između njih malo desno upisuje se prosječan intenzitet osobine, tj.

a_1
 m
 a_2

3. Označuje se miješanje strelicom i određuju se razlike između a_2 i m i m i a_1

a_1 $a_2 - m$
 m
 a_2 $m - a_1$

U shemi se čita omjer miješanja:

$$x_1 : x_2 = (a_2 - m) : (m - a_1)$$

Zadatak 2. U kojem omjeru se mora miješati vino jakosti 14 % i vode da se dobije 20 litara vina jakosti 10 %.

Rješenje:

$$\begin{array}{ccc|c}
 14 & \diagdown & 10 - 0 & 10 \\
 & 10 & & \\
 0 & \diagup & 14 - 10 & 4
 \end{array}$$

Vino jakosti 14 % i vodu jakosti 0 % treba miješati u omjeru 5 : 2 kako bi se dobilo vino jakosti 10 %.

$$\begin{aligned} 5k + 2k &= 20 \\ 7k &= 20 \\ k &= \frac{20}{7} \approx 2,86 \end{aligned}$$

$$5 \cdot 2,86 = 14,3 \text{ L}, \quad 2 \cdot 2,86 = 5,72 \text{ L}$$

Da bi dobili 20 L mješavine jakosti 10 % trebamo pomiješati 14,3 L vina jakosti 14 % i 5,72 L vina jakosti 0 %.

Zadatak 3. Koliko vode temperature 15°C i koliko vode temperature 60°C treba pomiješati da se dobije 18 L vode temperature 25°C?

Rješenje:

$$\begin{array}{rcl} 15 & \backslash & 60 - 25 \mid 35 \\ & 25 & \\ 60 & / & 25 - 15 \mid 10 \end{array}$$

Vodu temperature 15°C vodu temperature 60°C treba pomiješati u omjeru 7 : 2 da bi se dobila voda temperature 25°C.

$$\begin{aligned} 7k + 2k &= 18 \\ 9k &= 18 \\ k &= 2 \end{aligned}$$

Moramo pomiješati $7 \cdot 2 = 14$ L vode temperature 15°C i $2 \cdot 2 = 4$ L vode temperature 60°C da bi dobili 18 L vode temperature 25°C.

5.2. Složeni račun smjese

Za smjese koje imaju više od dvije veličine koristi se složeni račun smjese. Kod složenog računa smjese postupak je sličan kao i kod jednostavnog računa smjese.



1. Upišu se jedan ispod drugog svi intenziteti osobina od najmanjeg do najvećeg
2. Prosječni intenzitet osobine upiše se između najbližeg manjeg i najbližeg većeg intenziteta osobine.
3. Označuje se miješanje parova „lošijeg“ i „boljeg“ intenziteta u odnosu na prosjek i određuju određene razlike.

Općenito, ako imamo tri istovjetne robe različite jakosti:

prve x_1 jakosti a_1

druge x_2 jakosti a_2

treće x_3 jakosti a_3 , i neka je $a_3 > a_2 > a_1$

Treba načiniti smjesu čija će jakost biti m i za koju vrijedi da su a_1 i a_2 manjeg intenziteta od m , dok je a_3 većeg intenziteta od m . Odnosno vrijedi $a_1 < a_2 < m < a_3$. Ili smjesu



jakosti m za koju vrijedi $a_1 < m < a_2 < a_3$ Pitamo se u kojem omjeru treba promiješati navedenu robu?

Shemu za tri veličine konstruira se ovako:

za $a_1 < a_2 < m < a_3$

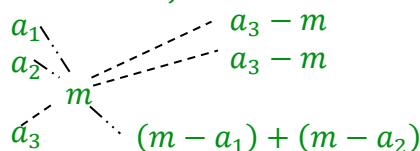
1. Upišu se osobine jedna ispod druge, od najmanjeg do najvećeg intenziteta, tj.

a_1
 a_2
 a_3

2. Prosječan intenzitet upisujemo malo desno između onih intenziteta koji mu je prvi najveći i prvi najmanji, tj.

a_1
 a_2
 m
 a_3

3. Označuje se miješanje strelicom i određuju se razlike



U shemi se čita omjer miješanja:

$$x_1 : x_2 : x_3 = (a_3 - m) : (a_3 - m) : ((m - a_1) + (m - a_2))$$

za $a_1 < m < a_2 < a_3$

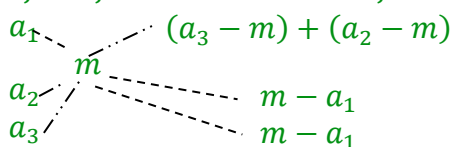
1. Upišu se osobine jedna ispod druge, od najmanjeg do najvećeg intenziteta, tj.

a_1
 a_2
 a_3

2. Prosječan intenzitet upisujemo malo desno između onih intenziteta koji mu je prvi najveći i prvi najmanji, tj.

a_1
 m
 a_2
 a_3

3. Označuje se miješanje strelicom i određuju se razlike



U shemi se čita omjer miješanja:

$$x_1 : x_2 : x_3 = ((a_3 - m) + (a_2 - m)) : (m - a_1) : (m - a_1)$$

Ako imamo četiri istovjetne robe različite jakosti:

prve x_1 jakosti a_1

druge x_2 jakosti a_2

treće x_3 jakosti a_3 ,

četvrte x_4 jakosti a_4 i neka je $a_4 > a_3 > a_2 > a_1$

Treba načiniti smjesu čija će jakost biti m i za koju vrijedi da su a_1 i a_2 manjeg intenziteta od m , dok su a_3 i a_4 većeg intenziteta od m . Odnosno vrijedi $a_1 < a_2 < m < a_3 < a_4$. Pitamo se u kojem omjeru treba promiješati navedenu robu?

Shemu za četiri veličine konstruira se ovako:

1. Upišu se osobine jedna ispod druge, od najmanjeg do najvećeg intenziteta, tj.

a_1

a_2

a_3

a_4

2. Prosječan intenzitet upisujemo malo desno između onih intenziteta koji mu je prvi najveći i prvi najmanji, tj.

a_1

a_2

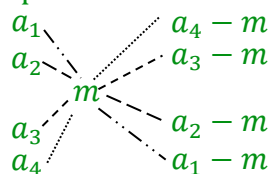
m

a_3

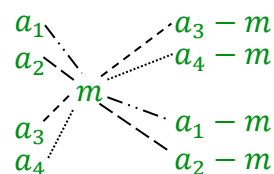
a_4



3. Označuje se miješanje strelicom i određuju se razlike. Moguće je miješanja prikazati na dva različita načina:



ili



U shemi se čita omjer miješanja:

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = (a_4 - m) : (a_3 - m) : (a_2 - m) : (a_1 - m)$$

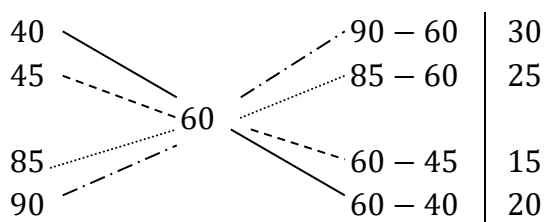
ili

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = (a_3 - m) : (a_4 - m) : (a_1 - m) : (a_2 - m)$$

Zadatak 4. Potrebno nam je 36 litara alkohola jakosti 60 %, a raspoložemo alkoholom jakosti 90 %, 85 %, 45 % i 40 %. Koliko litara pojedine vrste alkohola moramo uzeti da bismo dobili mješavinu željene jakosti?



Rješenje:



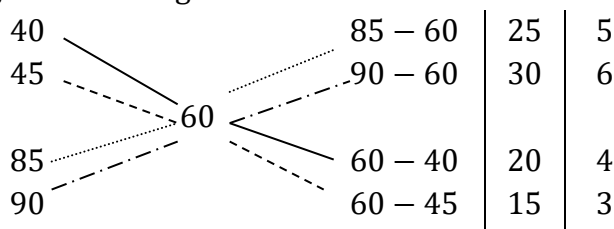
Alkohol jakosti 40 %, 45 %, 85 % i 90 % moramo miješati u omjeru 6 : 5 : 3 : 4 da bi dobili alkohol jakosti 60 %.

$$\begin{aligned}
 6k + 5k + 3k + 4k &= 36 \\
 18k &= 36 \\
 k &= 2
 \end{aligned}$$

$$6 \cdot 2 = 12, 5 \cdot 2 = 10, 3 \cdot 2 = 6, 4 \cdot 2 = 8$$

Kako bi dobili 36 litara alkohola jakosti 60 % moramo pomiješati 12 litara alkohola jakosti 40 %, 10 litara alkohola jakosti 45 %, 6 litara alkohola jakosti 85 % i 8 litara alkohola jakosti 90 %.

Zadatak smo mogli riješiti i na drugi način:



Na ovaj način bi alkohol jakosti 40 %, 45 %, 85 % i 90 % moramo miješati u omjeru 5 : 6 : 4 : 3 da bi dobili alkohol jakosti 60 %.

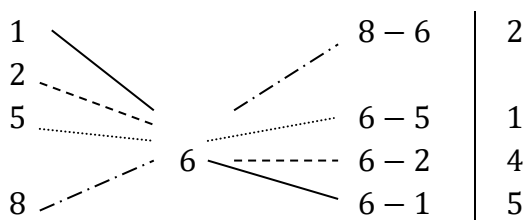
$$\begin{aligned}
 5k + 6k + 4k + 3k &= 36 \\
 18k &= 36 \\
 k &= 2
 \end{aligned}$$

$$5 \cdot 2 = 10, 6 \cdot 2 = 12, 4 \cdot 2 = 8, 3 \cdot 2 = 6$$

Kako bi dobili 36 litara alkohola jakosti 60 % moramo pomiješati 10 litara alkohola jakosti 40 %, 12 litara alkohola jakosti 45 %, 8 litara alkohola jakosti 85 % i 6 litara alkohola jakosti 90 %.

Zadatak 5. Brašno se miješa po cijeni 1,00 €, 2,00 €, 5,00 € i 8,00 € za 1 kg. Koliko kilograma treba uzeti svake vrste da bi se napravilo 5 000 kg mješavine po cijeni 6,00 € po kilogramu?

Rješenje:



Brašna po cijeni od 1,00 €, 2,00 €, 5,00 € i 8,00 € za 1 kg moraju se miješati u omjeru 2 : 1 : 4 : 5 da bi se dobilo brašno po cijeni od 6 € po kilograma.

$$2k + k + 4k + 5k = 5\,000$$

$$12k = 5\,000$$

$$k = 416,67$$

$$2 \cdot 416,67 = 833,34; 1 \cdot 416,67 = 416,67; 4 \cdot 416,67 = 1.666,68;$$

$$5 \cdot 416,67 = 2\,083,35$$

Kako bi dobili 5.000 kg brašna po cijeni od 6 € moramo miješati 833,34 kg brašna po cijeni od 1 €, 416,67 kg brašna po cijeni od 2,00 €, 1 666,68 kg brašna po cijeni od 5 € i 2 083,35 kg brašna po cijeni od 8,00 €.

Istražite kroz projekte:

Vizualizacija računa smjese: kreirajte edukativne video-sadržaje koji objašnjavaju koncepte računa smjese. Video-sadržaji trebaju sadržavati animacije i primjere koji pokazuju kako se račun smjese primjenjuje u različitim scenarijima, olakšavajući razumijevanje ovih matematičkih koncepta.

Optimizacija radne snage: primijenite račun smjese u upravljanju ljudskim resursima, posebno u optimalnoj alokaciji radne snage. Analiza uključuje određivanje pravog omjera između stalno zaposlenih i vanjskih suradnika, s ciljem maksimiziranja produktivnosti i minimiziranja troškova.

Strategijsko cjenkanje u nabavi: primijenite račun smjese u procesima nabave, s ciljem određivanja optimalne strategije cjenkanja. Istražite kako balansirati između nabavnih cijena, kvalitete materijala i rokova isporuke od dobavljača, koristeći račun smjese za postizanje najboljih uvjeta kupovine.

Ruralna turistička mreža: koristite račun smjese za efikasno upravljanje resursima u ruralnom turizmu. Integrirajte različite lokalne turističke atrakcije, smještajne kapacitete i aktivnosti, težite postizanju optimalnog omjera između cijene, kvalitete usluge i lokalnih značajki, s ciljem privlačenja šireg spektra turista.

Raznolikost i inovativnost u ruralnom turizmu: inovativno koristite lokalne resurse i račun smjese za stvaranje jedinstvenih turističkih paketa koji uključuju lokalnu gastronomiju, kulturu i prirodne ljepote. Cilj je optimizirati kombinaciju različitih turističkih atrakcija kako bi se privukli različiti segmenti tržišta i povećala profitabilnost.

Optimizacija IT servisnog portfelja: račun smjese primjenjuje se u informatičkom menadžmentu za optimalnu alokaciju resursa među različitim IT servisima i podrškom. Cilj je uravnotežiti troškove, efikasnost i kvalitetu usluge, kako bi se zadovoljile potrebe korisnika i poslovni ciljevi.

Digitalna transformacija u menadžmentu: upotrijebite račun smjese za određivanje optimalne strategije digitalizacije poslovnih procesa. Analizirajte kako različiti stupnjevi digitalizacije utječu na performanse poduzeća, s ciljem stvaranja efikasnih i ekonomski održivih poslovnih modela.



Zaokruži točan ponuđeni odgovor na postavljeno pitanje:

1. Za što se koristi račun smjese?
 - a) Mjerenje temperature tvari.
 - b) Određivanje količine tvari.
 - c) Određivanje omjera miješanja istovrsnih veličina.
2. Koja je svrha korištenja tablice u računu smjese?
 - a) Organizacija podataka.
 - b) Izračunavanje prosječne vrijednosti.
 - c) Prikazivanje kemijskih reakcija.
3. Što označava m u formuli računa smjese?
 - a) Maksimalna jakost.
 - b) Prosječna jakost.
 - c) Minimalna jakost.
4. Kako se u računu smjese određuje omjer miješanja dviju tvari?
 - a) Pomoću volumena.
 - b) Pomoću jakosti osobina.
 - c) Pomoću temperature.
5. Kako se konstruira shema za račun smjese s dvije veličine?
 - a) Upisuju se osobine jedna ispod druge po intenzitetu.
 - b) Upisuju se osobine nasumično.
 - c) Upisuju se osobine po abecednom redu.
6. Kako se u shemi računa smjese određuje prosječna jakost?
 - a) Upisuje se u sredinu.
 - b) Upisuje se na vrh.
 - c) Upisuje se na dno.
7. Koja je svrha označavanja miješanja strelicom u shemi računa smjese?
 - a) Pokazivanje smjera reakcije.
 - b) Označavanje razlike intenziteta.
 - c) Prikazivanje količine tvari.
8. Kada se koristi složeni račun smjese?
 - a) Za dvije tvari.
 - b) Za tri ili više tvari.
 - c) Za tekućine samo.
9. Kako se konstruira shema za račun smjese s tri veličine?
 - a) Upisuju se osobine jedna ispod druge po intenzitetu, s prosjekom u sredini.
 - b) Upisuju se osobine jedna pored druge horizontalno.
 - c) Upisuju se osobine nasumično.

10. Kako odrediti koji su intenziteti "lošiji" ili "bolji" u odnosu na prosjek u složenom računu smjese?
 - a) Pomoću cijene.
 - b) Pomoću ukupnog volumena.
 - c) Pomoću usporedbe s prosječnom jakosti.
11. Koje informacije su potrebne za izračunavanje omjera miješanja u računu smjese?
 - a) Volumen i temperatura svake tvari.
 - b) Jakost i količina svake tvari.
 - c) Cijena i gustoća svake tvari.
12. Koji je prvi korak u konstrukciji sheme za složeni račun smjese?
 - a) Određivanje konačnog volumena.
 - b) Upisivanje svih intenziteta od najmanjeg do najvećeg.
 - c) Izračunavanje prosječne cijene svih tvari.
13. Koja je uloga prosječnog intenziteta u računu smjese?
 - a) Određuje maksimalno dopuštenu temperaturu smjese.
 - b) Postavlja cilj koji se želi postići miješanjem.
 - c) Označava prosječnu cijenu svih komponenti.

Dopunite rečenice:

14. Račun smjese se primjenjuje kada je potrebno odrediti u kojem omjeru i u kojim količinama treba miješati neke istovrsne veličine koje imaju neku zajedničku osobinu različitih intenziteta, kao što su _____.
15. Prosječan intenzitet osobine u računu smjese upisuje se malo desno između _____ i _____.
16. U složenom računu smjese, koji se koristi za smjese koje imaju više od dvije veličine, intenziteti osobina upisuju se _____.
17. Račun smjese omogućava precizno određivanje omjera miješanja kako bi se postigla smjesa željenog _____.
18. Složeni račun smjese koristi se kada imamo _____ istovjetne robe različite jakosti.



- | | | | |
|------|------|-------|-------|
| 1. c | 5. a | 9. a | 13. b |
| 2. a | 6. a | 10. c | |
| 3. b | 7. b | 11. b | |
| 4. b | 8. b | 12. b | |
14. Račun smjese se primjenjuje kada je potrebno odrediti u kojem omjeru i u kojim količinama treba miješati neke istovrsne veličine koje imaju neku zajedničku osobinu različitih intenziteta, kao što su jakost, čistoća, cijena.
 15. Prosječan intenzitet osobine u računu smjese upisuje se malo desno između najbližeg manjeg i najbližeg većeg intenziteta.
 16. U složenom računu smjese, koji se koristi za smjese koje imaju više od dvije veličine, intenziteti osobina upisuju se jedan ispod drugog od najmanjeg do najvećeg.
 17. Račun smjese omogućava precizno određivanje omjera miješanja kako bi se postigla smjesa željenog intenziteta.
 18. Složeni račun smjese koristi se kada imamo tri ili više istovjetnih roba različite jakosti.



1. Punionica čajeva „Lipa“ ima dvije vrste kamilice. Kamilica prve klase prodaje se po cijeni od 10 € po kilogramu, dok se kamilica druge klase prodaje po cijeni 8 € po kilogramu. Kako treba pomiješati kamilicu da dobije 180 kilograma mješavine koju će prodavati po cijeni od 9,5 €?

Prompt: *Objasni kako pomiješati kamilicu prve klase po cijeni od 10 € po kilogramu i kamilicu druge klase po cijeni 8 € po kilogramu ako se želi dobiti 180 kilograma mješavine kamilice po cijeni 9,5 € po kilogramu. Postoji li još koji način rješavanja zadatka? Kako provjeriti je li zadatak točan? Grafički prikaži rješenje.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

2. Punionica čajeva „Lipa“ ima tri vrste kamilice. Kamilica prve klase prodaje se po cijeni od 10 € po kilogramu, kamilica druge klase prodaje po cijeni 8 € po kilogramu, a kamilica treće klase prodaje se po cijeni 6 € po kilogramu. Kako treba pomiješati kamilicu da dobije 180 kilograma mješavine koju će prodavati po cijeni od 9 €?

Prompt: *Objasni kako pomiješati kamilicu prve klase po cijeni od 10 € po kilogramu, kamilicu druge klase po cijeni 8 € po kilogramu i kamilicu treće klase po cijeni od 6 € po kilogramu ako se želi dobiti 180 kilograma mješavine kamilice po cijeni 9 € po kilogramu. Postoji li još koji način rješavanja zadatka? Kako provjeriti je li zadatak točan?*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

3. Industrijskom poduzeću treba alkohol jakosti 60 %. Na skladištu ima alkohola jakosti 90 %, 80 %, 50 % i 30 %. Miješanjem se želi 180 L alkohola. Kako će se to napraviti?

Prompt: *Objasni kako pomiješati četiri vrste alkohola jakosti 90 %, 80 %, 50 % i 30 % da se dobije 180 L alkohola jakosti 60%. Rješi zadatak i primjenom metode smjese (mješanja). Vizualiziraj zadatak tablično.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.

4. Industrijskom poduzeću treba alkohol jakosti 60 %. Na skladištu ima alkohola jakosti 90 %, 80 %, 50 % i 30 %. Miješanjem se želi 30 L alkohola jakosti 30 %. Kako će se to napraviti?

Prompt: *Objasni kako pomiješati četiri vrste alkohola jakosti 90 %, 80 %, 50 % i 30 % da se dobije alkohol jakosti 60% te pri tome utroši 30 L alkohola jakosti 30 % i koriste sve navedene alkohole jakosti 90 %, 80 %, 50 %, 30 %. Rješi zadatak i primjenom metode smjese (mješanja). Vizualiziraj zadatak tablično.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.



Zadaci za vježbu

1. Ugostiteljska radnja ima tri vrste vina po cijeni 8 €, 10 € i 15 € po litri. Kako treba pomiješati vino da dobije 140 litara mješavine koju će prodavati po 12 €?
2. Industrijsko poduzeće treba alkohola jakosti 70 %. U skladištu ima 25 litara alkohola jakosti 50 % i 80 litara alkohola jakosti 80 %. Koliko litara alkohola jakosti 80 % treba uzeti ako se želi utrošiti cijela količina alkohola jakosti 50 %?
3. Od 4 vrste robe po cijeni 8 €, 8,6 €, 9,8 € i 10,8 € za 1 kg treba napraviti 78 kg mješavine koja će se prodavati po 9 € za 1 kg. Koji je omjer miješanja i koliko kg treba uzeti od pojedine vrste?
4. Industrijskom poduzeću treba alkohol jakosti 60 %. Na skladištu ima alkohola jakosti 90 %, 80 %, 50 % i 30 %. Miješanjem se želi potpuno utrošiti zaliha od 60 litara alkohola jakosti 30 %. Kako će se to napraviti?
5. Miješamo brašno od kojih prvo stoji 2,50 €, drugo 3,00 €, treće 5,00 € i četvrto 7,00 €. Koliko kilograma brašna je potrebno uzeti od pojedine vrste, da bi se napravilo 5 068 kg mješavine brašna koje bi se moglo prodavati po cijeni od 4,50 € za kilogram?
6. Farmaceut ima na raspolaganju 25 % - tnu i 30 % - tnu otopinu kiseline, a potrebno mu je 27 g 26 % - tne kiseline. Kako će pomiješati kiseline?
7. Na raspolaganju imamo otopine koncentracije 65 %, 50 %, 20 % i vodu. Ako miješanjem želimo utrošiti čitavu količinu koncentracije 65 % koje imamo 50 L u zalihama, koliku količinu ostalih otopina i vode trebamo utrošiti da bismo dobili otopinu koncentracije 40 %?
8. Na raspolaganju imamo otopine koncentracije 75 %, 60 %, 25 % i vodu. Ako miješanjem želimo dobiti 154 L otopine koncentracije 50 %, koliku količinu svake otopine i vode trebamo utrošiti?
9. Odredite koncentraciju otopine koju dobijemo miješanjem 90 L otopine koncentracije 45 %, 36 L otopine koncentracije 35 %, 36 L otopine koncentracije 15 % i 72 L vode.
10. Miješanjem otopina koncentracije 85 %, 60 %, 25 % i vode želimo dobiti 120 L otopine koncentracije 40 %. Odredite količine otopina i vode koje trebamo utrošiti.
11. Tvrtka „Apsolut“ proizvodi dva proizvoda, A i B, koji se prodaju po cijenama od 150 € i 100 € po jedinici, respektivno. Menadžment planira uvesti novi mješoviti proizvod kombinirajući proizvode A i B. Ako žele postaviti cijenu novog proizvoda na 120 € po jedinici, u kojem omjeru trebaju miješati proizvode A i B?
12. Investitor želi uravnotežiti svoj investicijski portfelj sastavljen od dionica i obveznica. Dionice imaju očekivani godišnji povrat od 8 %, dok obveznice donose 3 %. Ako investitor želi postići prosječni godišnji povrat od 5 % na cijeli portfelj, kako treba distribuirati svoj kapital između dionica i obveznica?

13. Tvrtka „Integracija“ zapošljava i stalne radnike i vanjske suradnike. Stalni radnici koštaju tvrtku 50 € po satu, dok vanjski suradnici koštaju 30 € po satu. Kako bi se postigla prosječna satnica od 40 € za cijelu radnu snagu, u kojem omjeru tvrtka treba kombinirati stalne radnike i vanjske suradnike?
14. Proizvodna tvrtka ima dvije linije proizvoda, jedna ostvaruje profit od 20 % po prodanom proizvodu, a druga 10 %. Kako bi se postigao ciljani prosječni profit od 15 % na sve proizvode, u kojem omjeru treba proizvoditi proizvode s obje linije?



- Potrebno je pomiješati 35 L vina po cijeni 8 €, 35 L vina po cijeni 10 € i 70 L vina po cijeni 15 €.
- Ako se želi utrošiti cijela količina alkohola jakosti 50 % treba uzeti 50 L alkohola jakosti 80 %.
- Omjer miješanja robe je $9 : 4 : 2 : 5$, a treba uzeti 35,1 kg robe po cijeni 8 €, 15,6 kg robe po cijeni 8,6 €, 7,8 kg robe po cijeni od 9,8 € i 19,5 kg robe po cijeni od 10,8 €.
- Potrebno je 60 L alkohola jakosti 30 %, 40 L alkohola jakosti 50 %, 20 L alkohola jakosti 80 % i 60 L alkohola jakosti 90 % kako bi se potpuno istrošile zalihe od 60 L alkohola jakosti 30 %.
- Potrebno je uzeti 1 949,25 kg brašna po cijeni od 2,50 €, 389,85 kg brašna po cijeni od 3,00 €, 1 169,55 kg brašna po cijeni od 5,00 € i 1 559,40 kg brašna po cijeni od 7,00 €.
- Farmaceut će pomiješati 21,60 g 25 % - tne i 5,4 g 30 % - tne otopine kiseline.
- Trebamo utrošiti 25 L otopine koncentracije 50 %, 12,5 L otopine koncentracije 20 % i 31,25 L vode.
- Trebamo utrošiti 70 L otopine koncentracije 75 %, 35 L otopine koncentracije 60 %, 14 L otopine koncentracije 25 % i 35 L vode.
- Dobijem otopinu koncentracije 25 %.
- Trebamo utrošiti 40 L otopine koncentracije 85 %, 15 L otopine koncentracije 60 %, 20 L otopine koncentracije 25 % i 45 L vode.
- Proizvodi A i B trebaju biti miješani u omjeru $2 : 3$ (ili 40 % proizvoda A i 60 % proizvoda B) kako bi se postigla cijena od 120 € po jedinici.
- Investitor bi trebao distribuirati 40 % kapitala u dionice i 60 % u obveznice kako bi postigao prosječni godišnji povrat od 5 %.
- Tvrtka bi trebala kombinirati stalne radnike i vanjske suradnike u omjeru $1 : 1$ (ili 50 % stalnih radnika i 50 % vanjskih suradnika) kako bi postigla prosječnu satnicu od 40 €.
- Proizvodi s obje linije trebaju biti proizvedeni u omjeru $1:1$ (ili 50 % proizvoda s prve linije i 50 % s druge linije) kako bi se postigao ciljani prosječni profit od 15 %.

Rješenje uvodnog problema:

Namirnica	Količina	Cijena
Pšenično brašno	500 g	1,00 €
Organsko brašno	200 g	0,80 €
Šećer	150 g	0,225 €
Vanilija	5 g	0,75 €
Kakao u prahu	50 g	0,5 €
Standardna jaja	3 komada	0,60 €
Ukupno:		3,525 €

Odabrat ćemo kombinaciju standardnih i kvalitetnih sastojaka kako bismo osigurali privlačnost proizvoda za širok spektar kupaca. Koristit ćemo više pšeničnog brašna nego organskog brašna zbog niže cijene, ali ćemo dodati dovoljno organskog brašna da povećamo kvalitetu smjese.

Šećer, kao standardni sastojak, koristit ćemo u umjerenim količinama. Vaniliju i kakao u prahu koristit ćemo za poboljšanje okusa, ali pazit ćemo na količinu zbog više cijene. Jaja su osnovni sastojak u mnogim smjesama pa ćemo ih koristiti u standardnoj količini.



Riješite pitalicu:

Koliko košta jedan *Uvijek svježe* sir ako 2 komada koštaju kao pašteta u tubi od 100 grama čija je cijena jednaka 1,75 L svježeg mlijeka, a ono je jednako cijeni probiotičkog jogurta čija je cijena 100 g 0,20 €.

Razumijevanje verižnog računa je ključno za analizu i optimizaciju složenih sustava u različitim sektorima. U verižnom računu važno je prepoznati i procijeniti kako promjene u jednom dijelu sustava mogu utjecati na druge aspekte, što je bitno za donošenje odluka. Razumijevanje verižnog računa pruža temeljne vještine za analizu kompleksnih povezanosti i utjecaja u poslovanju, što je neophodno za uspješno profesionalno djelovanje u dinamičnom i međusobno povezanom svijetu.



Ishodi učenja:

Objasniti kako verižni račun funkcionira i komentirati koncept povezivanja promjena u jednoj varijabli s promjenama u drugoj varijabli.

Primijeniti verižni račun za postavljeni zadatak i konkretnih poslovnih problema.

6. Verižni račun

Verižni račun je metoda pogodna za izračunavanje nepoznatih veličina, takozvanim posebnim putem. Slučaj je u praksi čest, dakle, imamo dvije veličine čiji je međusobni odnos dat posredstvom drugih veličina, a koje se nalaze u proporcionalnom odnosu. Upravo proporcionalni odnos veličina je bitan uvjet da se zadatak može rješavati ovom metodom. Naime, u slučaju obrnuto proporcionalnog odnosa između veličina nije moguće rješavanje metodom verižnog računa. U verižnom računu obično se javlja jedan ili niz omjera između jednog ili više razmjernih (proporcionalnih) veličina.

6.1. Jednostavni verižni račun

Kod takozvanog jednostavnog verižnog računa zadatak je da se na temelju tri poznate veličine izračuna četvrta, nepoznata, veličina.



1. Iz zadatka ispišite zadane jednakosti.
2. Jednakost u kojoj je nepoznanica zapišite prvo na način da nepoznanica bude s lijeve strane.
3. Onom veličinom s kojom ste završili započnite u drugom redu.
4. Umnožak desne strane veriža podijelite brojem s lijeve strane.

Zadatak 1. Za 8 kilograma robe kupac je platio 76 €. Izračunaj koliko je kupac platio za kilogram robe, odnosno izračunaj cijenu robe?

Rješenje:

$$8 \text{ kg} = 76 \text{ €}$$

$$1 \text{ kg} = x \text{ €}$$

$x \text{ €}$		1 kg
8 kg		76 €

$$x = \frac{1 \cdot 76}{8} = 9,5 \text{ €}$$

Cijena robe za kilogram je 9,5 €.

Zadatak 2. Za 20 tona betonskog željeza plaćeno je dobavljaču 177 600 €. Izračunaj koliko će kupac platiti 60 tona betonskog željeza?

Rješenje:

$$20 \text{ t} = 177\,600 \text{ €}$$

$$60 \text{ t} = x \text{ €}$$

$x \text{ kn}$	60 t
20 t	$177\,600 \text{ kn}$

$$x = \frac{60 \cdot 177\,600}{20} = 532\,800 \text{ €}$$

Kupac je platio 532 800 €, 60 tona betonskog željeza.

Zadatak 3. Za 1 € u Hrvatskoj narodnoj banci dobije se 1,0745 \$. Koliko Petra treba ponijeti eura u Hrvatsku narodnu banku kako bi kupila 3 576 \$ potrebnih kako bi ušla u Sjedinjene Američke Države?

Rješenje:

$$1 \text{ €} = 1,0745 \text{ \$}$$

$$3\,576 \text{ \$} = x \text{ €}$$

$x \text{ €}$	$3\,576 \text{ \$}$
$1,0745 \text{ \$}$	1 €

$$x = \frac{3\,576 \cdot 1}{1,0745} = 3\,328,06 \text{ €}$$

Petra treba ponijeti 3 328,06 €.

6.2. Složeni verižni račun

U verižnom računu radi se o pet ili više (neparnih) poznatih veličina pomoću kojih rješavamo računski problem – izračunavanje nepoznate veličine.

Prilikom formiranja verižne sheme važi nekoliko značajnih pravila:

1. ako na lijevoj strani upisujemo x umjesto nepoznate veličine, na desnoj, poslije znaka jednakosti, upisujemo osnovnu veličinu iz zadatka
2. drugu jednadžbu počinjemo, ponovno na lijevoj strani, istoimenom veličinom kojom smo završili prvu jednadžbu na desnoj strani i tako redom do posljednje jednadžbe
3. na kraju, s desne strane, posljednju jednadžbu završavamo istoimenom veličinom iz prve jednadžbe, ali na suprotnoj, lijevoj strani.
4. umjesto vertikale znakova jednakosti, pišemo uspravnu, takozvanu verižnu crtu čime smo postavili verižnu shemu ili zadatak



5. dijelimo umnožak poznatih veličina desne strane veriža, umnožkom poznatih veličina lijeve strane veriža.

Zadatak 4. Nafta se u New Yorku prodaje po cijeni od 85 centi za galon. Koliko eura vrijedi 2 tone nafte, ako je 1 tona 220,26 galona, tečaj dolara je 0,93 €?

Rješenje:

$$85 \text{ centi} = 1 \text{ galon}$$

$$x \text{ €} = 2 \text{ t nafte}$$

$$1 \text{ t} = 220,26 \text{ galona}$$

$$1 \$ = 0,93 \text{ €}$$



Primijetite da ovdje imate cente i dolare. U situacijama kada imate novčanice i kovanice u zadatku tada možete kovanice pretvoriti u novčanice, odnosno 85 centi možete pretvoriti u 0.85 \$ i tako rješavati zadatak ili možete zapisati da je 100 centi = 1 \$ i ovu jednakost uvrstiti u verižu.

$x \text{ €}$	2 t nafte
1 t nafte	220,26 galona nafte
1 galon nafte	85 centi
100 centi	1 \$
1 \$	0,93 €

$$x = \frac{2 \cdot 220,26 \cdot 85 \cdot 1 \cdot 0,93}{1 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 1} = 348,23 \text{ €}$$

Dvije tone nafte koštaju 348,23 €.

Zadatak 5. Na londonskom tržištu 1 jard vunenog kašmira košta 3,5 £. Koliko kod nas košta 9 metara ove tkanine, ako je tečaj £ 1,137 €, dok je carina 28 %, a marža iznosi 15 % nabavne cijene?

$x \text{ €}$	9 m vunenog kašmira
0,914 m	1 jard
1 jard	3,5 £
1 £	1,137 €

$$x = \frac{9 \cdot 1 \cdot 3,5 \cdot 1,137}{0,914 \cdot 1 \cdot 1} = 39,19 \text{ €}$$

Ovo je cijena vunenog kašmira na koju trebamo platiti 28 % carine, pa je:

$$39,19 + \frac{28}{100} \cdot 39,19 = 50,16 \text{ €}$$

i još 15 % marže:

$$\frac{15}{100} \cdot 39,19 = 5,88 \text{ €}$$

Cijena vunenog kašmira je $50,16 + 5,88 = 56,04 \text{ €}$.

Zadatak se može riješiti i uvrštavanjem svih troškova.

$x \text{ €}$	9 m vunenog kašmira
$0,914 \text{ m}$	1 jard
1 jard	$3,5 \text{ £}$
1 £	$1,137 \text{ €}$
100 € nabavne cijene	143 € prodajne cijene

$$100 \cdot \frac{28}{100} = 28; 100 \cdot \frac{15}{100} = 15 \Rightarrow 28 + 15 = 43$$

$$x = \frac{9 \cdot 1 \cdot 3,5 \cdot 1,137 \cdot 143}{0,914 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 100} = 56,04 \text{ €}$$

Zadatak 6. Odredi cijenu jednog kilograma kave na našem tržištu. Kava na utovaru u Brazilu košta 6 dolara za 1 kilogram, prijevozni i ostali transportni troškovi su 24 % od cijene dobavljača, carina je 29 % od cijene dobavljača uvećane za troškove transporta, dok je razlika u cijeni prodavača 15 %. dolar kotira na nivou 0,93 €.

Rješenje:

$x \text{ kn}$	1 kg kave
1 kg kave	$6 \text{ \$}$
$1 \text{ \$}$	$0,93 \text{ €}$
100 €	124 € s porezom
100 €	129 € s carinom
85 €	100 € s razlikom u cijeni

$$x = \frac{1 \cdot 6 \cdot 0,93 \cdot 124 \cdot 129 \cdot 100}{1 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 85} = 10,50 \text{ €}$$

Istražite kroz projekte:

Vizualizacija verižnog računa: kreirajte edukativne videe koji objašnjavaju koncepte verižnog računa. Video treba sadržavati animacije i primjere koji pokazuju kako se verižni račun primjenjuje u različitim scenarijima, olakšavajući razumijevanje ovih matematičkih koncepta.

Verižni račun u lancu opskrbe: primijenite verižni račun u optimizaciji lanca opskrbe. Fokusirajte se na izračunavanje utjecaja promjena u jednom segmentu lanca (npr. troškovi proizvodnje) na ostale segmente (kao što su cijene za krajnje korisnike).

Verižni račun u nutricionizmu: istražite kako promjene u jednom nutritivnom elementu (kao što je unos proteina) utječu na ukupnu nutritivnu ravnotežu djeteta, koristeći verižni račun za analizu ovih odnosa.

Razvoj ruralnog turizma kroz verižni račun: analizirajte kako promjene u jednom aspektu ruralnog turizma, poput cijena smještaja ili dostupnosti lokalnih atrakcija, verižno utječu na ukupnu posjećenost i dobit. Projekt bi uključivao modeliranje i simulacije koje koriste verižni račun za optimizaciju upravljanja resursima i marketinških strategija u ruralnom turizmu.



Zaokruži točan ponuđeni odgovor na postavljeno pitanje:

1. Što određuje početak druge jednakosti u verižnom računu?
 - a) Veličina s lijeve strane prve jednakosti.
 - b) Veličina s desne strane prve jednakosti.
 - c) Nepoznata veličina.
2. Kako se izračunava nepoznata veličina u verižnom računu?
 - a) Dijeljenjem lijeve strane veriža s desnom.
 - b) Množenjem desne strane veriža.
 - c) Dijeljenjem umnoška desne strane s umnoškom s lijeve strane.
3. Što predstavlja 'verižna crta' u verižnom računu?
 - a) Znak jednakosti.
 - b) Početak i kraj sheme.
 - c) Uspravna linija koja označava verižnu shemu.
4. Koje je pravilo za postavljanje osnovne veličine u verižnom računu?
 - a) Na desnoj strani, poslije znaka jednakosti.
 - b) Na lijevoj strani, prije znaka jednakosti.
 - c) U sredini jednadžbe.
5. Kako se završava posljednja jednadžba u verižnom računu?
 - a) S nepoznatom veličinom.
 - b) S istoimenom veličinom iz prve jednadžbe na lijevoj strani.
 - c) S novom veličinom koja se ne pojavljuje u prvoj jednadžbi.
6. Kako se u verižnom računu rješava problem s novčanicama i kovanicama?
 - a) Kovaničke iznose pretvara u iznose novčanica.
 - b) Zanemaruje se vrijednost kovanica.
 - c) Novčanice se pretvaraju u kovanice.
7. Koja je svrha verižnog računa?
 - a) Izračunati prosječnu vrijednost.
 - b) Izračunati nepoznatu veličinu na temelju poznatih.
 - c) Usporediti dvije poznate veličine.
8. Kako se postavlja verižna shema?
 - a) Horizontalno.
 - b) Vertikalno.
 - c) Dijagonalno.

Dopunite rečenice:

9. Prilikom izrade verižne sheme, počinjemo s upisivanjem _____ s lijeve strane jednadžbe.
10. Na desnoj strani prve jednadžbe u verižnom računu obično se nalazi _____.
11. Druga jednadžba u verižnom računu počinje s istom _____ s kojom je završila prva jednadžba.
12. Završetak posljednje jednakosti u verižnom računu treba biti istoimen s _____ iz prve jednadžbe.
13. U verižnom računu, umjesto jednakosti postavlja se _____ za označavanje verižne sheme.
14. Da bi se izračunala nepoznata veličina, dijelimo umnožak _____ s desne strane s umnoškom s lijeve strane.



1. b
 2. c
 3. c
 4. a
 5. b
 6. a
 7. b
 8. b
9. Prilikom izrade verižne sheme, počinjemo s upisivanjem nepoznate veličine s lijeve strane jednadžbe.
 10. Na desnoj strani prve jednadžbe u verižnom računu obično se nalazi osnovna veličina iz zadatka.
 11. Druga jednadžba u verižnom računu počinje s istom veličinom s kojom je završila prva jednadžba.
 12. Završetak posljednje jednakosti u verižnom računu treba biti istoimen s veličinom iz prve jednadžbe.
 13. U verižnom računu, umjesto jednakosti postavlja se verižna crta za označavanje verižne sheme.
 14. Da bi se izračunala nepoznata veličina, dijelimo umnožak poznatih veličina s desne strane s umnoškom s lijeve strane.



1. Koliko stoji 1 litra petroleja ako 1 američki galon stoji 1,70 USD, ako je tečaj dolara u Zagrebu $1 \text{ USD} = 0,93 \text{ €}$? (1 američki galon = 3,785 litara)

Prompt: *Objasni korak po koraku kako izračunati cijenu jedne litre petroleja ako jedan američki galon stoji 1,70 USD, tečaj je $1 \text{ USD} = 0,93 \text{ €}$, a jedan galon iznosi 3,785 litara. U objašnjenju uključi formulu za pretvorbu galona u litre, postupak preračunavanja cijene u eure, prikaži detaljan izračun i potvrdi točnost rezultata usporedbom cijene po litri u oba koraka. Rješi zadatak primjenom Verižnog računa. Usporedi oba načina rješavanja.*

Zadatak: Usporedite objašnjenje AI-alatu s vlastitim rješenjem i identificiraj razlike ili dodatne savjete koje ti je AI dao.



Zadaci za vježbu

1. Koliko stoji 1 litra petroleja ako 1 američki galon stoji 1,70 USD, ako je tečaj dolara u Zagrebu $1 \text{ USD} = 0,93 \text{ €}$? (1 američki galon = 3,785 litara)?
2. Cijena neke robe u New Yorku je 56 centi za 1 lb. Koliko bi uvoznik iz Splita morao platiti za 20 t ako 1 USD notira 0,93 €? (1 lb = 0,4536 kg)?
3. Ako je 75 kg pšenice 1 hL pšenice, a od 14 kg pšenice dobije se 11 kg brašna; od 100 kg brašna 130 kg kruha, koliko € troši čovjek za kruh ako godišnje potroši 3,6 hl pšenice i ako kg kruha stoji 1,12 €?
4. Koliko je metara 150 ruskih aršina, ako je 9 ruskih aršina jednako 7 jardi, a 70 jardi jednako je 64 m?
5. Koliko je metara dug 1 jard ako je 1 jard dug kao 3 stope, 1 stopa duga kao 12 inča, 60 inča dugo kao 152,4 centimetra, a 100 centimetara dugo kao 1 metar?
6. Koliko je litara nafte volumen od 10 barela ako je 4 barela 126 US galona, 264 172 US galona je 1000 kubnih metara, a 1 kubični metar je 1000 litara?
7. Koliko kvadratnih metara je površina zemlje od 20 hektara ako je 1 hektar 100 ara, 1 ar 119,6 kvadratnih jardi, a 1000 kvadratnih jardi 836,16 kvadratnih metara?
8. Koliko eura vrijedi 1 USD ako 100 USD vrijedi 8315,94 indijskih rupija, 1000 rupija vrijedi 85,9 kineskih yuana, 10 kineskih yuana vrijedi 5,25 saudiskih rijala, a 100 rijala vrijedi 24,15 €?
9. Koliko košta 1 kg robe A ako 8 kg robe A košta koliko i 2 L robe B, 10 L robe B kao i 8 kg robe C, 3 kg robe C kao i 2 L robe D, a 2 L robe D košta 900 €?
10. Koliko košta 1 kg robe A ako 8 kg robe A košta koliko i 6 L robe B, 6 L robe B kao i 3 kg robe C, 9 kg robe C kao i 2 L robe D, a 9 L robe D košta 100 €?

11. Koliko košta 1 kg robe A ako 4 kg robe A košta koliko i 10 L robe B, 10 L robe B kao i 7 kg robe C, 5 kg robe C kao i 8 L robe D, a 3 L robe D košta 900 €?
12. Koliko košta 1 kg robe A ako 2 kg robe A košta koliko i 5 L robe B, 8 L robe B kao i 10 kg robe C, 8 kg robe C kao i 5 L robe D, a 8 L robe D košta 800 €?
13. Ruralni turistički kompleks „Drava“ nudi različite pakete usluga, uključujući smještaj, hranu i organizirane izlete. Ako se cijena smještaja poveća za 10 %, a hrane za 5 %, dok se cijena izleta smanji za 10 %, kako će to verižno utjecati na ukupnu cijenu paketa usluga koji trenutno košta 200 €? Korištenje verižnog računa za izračunavanje nove ukupne cijene paketa.
14. Tvrtka „Orao“ razmatra nadogradnju svog softverskog sustava. Nadogradnja će povećati efikasnost operacija za 15 %, ali će troškovi licenciranja softvera porasti za 20 %. Kako će ovo verižno utjecati na ukupne operativne troškove tvrtke, ako se zna da trenutni troškovi iznose 50 000 € godišnje? Primjena verižnog računa za procjenu novih operativnih troškova.
15. Tvrtka „Mala“ lansira novu marketinšku kampanju za promociju svog proizvoda. Očekuje se da će kampanja povećati prepoznatljivost brenda za 30 %, što bi trebalo rezultirati povećanjem prodaje za 20 %. Ako je trenutni godišnji prihod tvrtke 100 000 €, kako će ova promjena verižno utjecati na godišnji prihod? Analiza pomoću verižnog računa kako bi se izračunao novi očekivani godišnji prihod.
16. Banka povećava kamatne stope za kredite, što izravno utječe na troškove financiranja ruralnog turističkog objekta. Ako se kamatna stopa poveća za 2 %, a trenutni trošak kredita iznosi 10 000 € godišnje, kako će to verižno utjecati na ukupne troškove objekta i cijene usluga?
17. IT odjel tvrtke planira nadograditi mrežnu infrastrukturu, čime se očekuje povećanje brzine mreže za 50 %. Trenutno, mrežna sporost uzrokuje gubitak produktivnosti od 10 %. Kako će nadogradnja verižno utjecati na ukupnu produktivnost zaposlenika?
18. Startup tvrtka planira uložiti dodatnih 20 % u svoj marketinški budžet. Ako je trenutni marketinški budžet 50 000 € i očekuje se da svaki uloženi dolar u marketing donosi 5 € prihoda, kako će ovo dodatno ulaganje verižno utjecati na ukupne godišnje prihode tvrtke?
19. U ruralnom poduzetništvu, cijena ključnih sirovina raste za 15 %. Ako su trenutni troškovi sirovina 30 % od ukupnih troškova proizvodnje, kako će ovaj porast cijena sirovina verižno utjecati na ukupne troškove proizvodnje?
20. Tvrtka odlučuje povećati kapacitet svojih servera za 40 % kako bi poboljšala performanse aplikacija. Ako trenutno 30 % IT pritužbi korisnika proizlazi iz problema s performansama, kako će povećanje kapaciteta servera verižno utjecati na smanjenje IT pritužbi korisnika?



1. Jedna litra petroleja u Zagrebu košta 0,42 €.
2. Uvoznik iz Splita 20 t robe bi morao platiti 22 962, 96 €.
3. Čovjek troši 308,88 € godišnje za kruh.
4. 150 ruskih aršina je 1 066,66 metara.
5. 1 jard je 0,91 metara.
6. 10 barela je 1 192,41 litara.
7. 20 hektara je 200 009,47 kvadratnih metara (zapravo je 200 000).
8. 1 USD vrijedi 0,91 €.
9. 1 kg robe A košta 60 €.
10. 1 kg robe A košta 52 €.
11. 1 kg robe A košta 840 €.
12. 1 kg robe A košta 195,31 €.
13. Ukupni iznos paketa usluga iznositi će 210 €.
14. Operativni troškovi tvrtke iznositi će 52 500 € godišnje.
15. Godišnji prihod tvrtke iznositi 120 000 €.
16. Godišnji trošak kredita za ruralni turistički objekt bit će 10 200 €.
17. Rezultat će povećanjem produktivnosti zaposlenika za 5 %.
18. Očekuje se dodatni prihod od 50 000 €.
19. Postotak troškova sirovina u odnosu na ukupne troškove proizvodnje iznositi će 34,5 %.
20. Očekuje se smanjenje IT pritužbi korisnika za 18 %.

FORMULE

Postotni račun

Postotak

$$p\% = \frac{p}{100}$$

Osnovna vrijednost

$$G = \frac{P \cdot 100}{p}$$

Postotni dio

$$p\% \cdot G = P$$

Postotak

$$p = \frac{P \cdot 100}{G}$$

Snížena cijena

$$\text{nova cijena} = \text{početna cijena} \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

$$\text{početna cijena} = \frac{\text{nova cijena} \cdot 100}{100 - p}$$

Povišena cijena

$$\text{nova cijena} = \text{početna cijena} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$\text{početna cijena} = \frac{\text{nova cijena} \cdot 100}{100 + p}$$

Trojno pravilo

Upravno razmjerne veličine /
proporcionalne veličine:

$$\begin{array}{cc} x_1 \uparrow & y_1 \uparrow \\ x_2 & y_2 \end{array}$$

Obrnuto proporcionalne veličine:

$$\begin{array}{cc} x_1 \downarrow & y_1 \uparrow \\ x_2 & y_2 \end{array}$$

Račun diobe

Jednostavni

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = a_1 : a_2 : \dots : a_n$$

$$x_1 = k a_1$$

$$x_2 = k a_2$$

$\vdots$

$$x_n = k a_n$$

$$k = \frac{S}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

Složeni

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = b_1 : b_2 : \dots : b_n$$

$$= c_1 : c_2 : \dots : c_n$$

$\vdots$

$$= m_1 : m_2 : \dots : m_n$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = (b_1 c_1 m_1) : (b_2 c_2 m_2) : \dots : (b_n c_n m_n)$$

$$x_1 : x_2 : \dots : x_n = a_1 : a_2 : \dots : a_n$$

Račun smjese

Jednostavni

$$a_1 \quad a_2 - m$$

$$a_2 \quad m - a_1$$

$$x_1 : x_2 = (a_2 - m) : (m - a_1)$$

Složeni

$$a_1 \quad a_4 - m$$

$$a_2 \quad a_3 - m$$

$$a_3 \quad a_2 - m$$

$$a_4 \quad a_1 - m$$

$$a_1 \quad a_3 - m$$

$$a_2 \quad a_4 - m$$

$$a_3 \quad a_1 - m$$

$$a_4 \quad a_2 - m$$

Verižni račun

1. lijeva strana x, desna osnovnu veličinu iz zadatka
2. drugu jednadžbu počinjemo istoimenom veličinom kojom smo završili prvu jednadžbu
3. završavamo istoimenom veličinom iz prve jednadžbe, ali na suprotnoj, lijevoj strani.

Bibliografija

Erceg, V. (2008). *Metode gospodarskog računa*. Zagreb: Element.

Janković, B., & Mrkonjić, I. (2015). *Matematika 1 udžbenik sa zbirkom zadataka za prvi razred ekonomskih škola*. Zagreb: Neodidacta d.o.o.

Kovačić, B., & Radišić, B. (2010). *Zbirka zadataka iz gospodarske matematike*. Zagreb: Školska knjiga.

Papić, M. (2014). *Poslovna matematika uz primjenu MS Excela*. Zagreb: Libertas.

Relić, B. (2002). *Gospodarska matematika*. Zagreb: Računovodstvo i financije.

Alati umjetne inteligencije Chat GPT

O autorima:



Marijana Špoljarić

Marijana Špoljarić diplomirala je na Odjelu za matematiku u Osijeku 2006.g. pod mentorstvom prof.dr.sc. Dragana Jukića. U ožujku 2009. zapošljava se na Visokoj školi za menadžment u turizmu i informatici u Virovitici kao asistent, gdje u 2013. godini napreduje u naslovno nastavno zvanje predavača. Tijekom 2016. godine pohađala je i uspješno završila seminar stručnog usavršavanja „Aktivno učenje i kritičko mišljenje u visokoškolskoj nastavi“ (ALCT). Promovirana je u učiteljicu u okviru programa ALCT 2018. godine. Aktivni je član Odbora Stručne sekcije Hrvatskog matematičkog društva. U naslovno nastavno zvanje višeg predavača izabrana je 2018. godine.

<https://www.croris.hr/osobe/profil/41082>



Marko Hajba

Marko Hajba diplomirao je Primijenjenu matematiku na PMF-u u Zagrebu 2012. godine. Nakon rada u srednjoj školi, 2016. godini zapošljava se kao asistent na Visokoj školi za menadžment u turizmu i informatici u Virovitici (kasnije Veleučilište u Virovitici), gdje 2020. godine napreduje u predavača, a 2025. godine u višeg predavača. Autor je niza stručnih i znanstvenih radova iz područja primijenjene matematike i računarstva te pohađa poslijediplomski doktorski studij matematike na PMF-u u Zagrebu. Voditelj je Centra za istraživanje i razvoj Veleučilišta u Virovitici.

<https://www.croris.hr/osobe/profil/40574>



Alen Lančić

Pohađao Osnovnu školu Vladimir Nazor i Gimnaziju Petra Preradovića. Tokom pohađanja gimnazije Petra Preradovića u Virovitici je osvojio 5. mjesto na državnom natjecanju iz matematike, 7. iz kemije i sudjelovao na državnom natjecanju iz fizike 2002. godine, osvojio 2. mjesto na državnom natjecanju iz fizike 2003. godine te sudjelovao na državnom natjecanju iz fizike 2004. i 2005. godine. 2005. godine upisuje preddiplomski studij matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu koji završava 2008. te potom upisuje diplomski studij teorijske matematike koji završava 2022. godine. U rujnu 2023. godine se zapošljava na Veleučilištu u Virovitici kao asistent.

<https://www.croris.hr/osobe/profil/44902>